

УДК 621.391.8

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ В ОЦЕНОЧНО-КОРРЕЛЯЦИОННО-КОМПЕНСАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ

© 2024 г. В. В. Костров^{a,b,*}, Ю. Н. Паршин^c

^a Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
им. Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых,
ул. Орловская, 23, Муром Владимирской обл., 602264 Российская Федерация

^b Научно-исследовательский институт «Субмикрон»,
Георгиевский просп., 5, стр. 2, Москва, Зеленоград, 124498 Российская Федерация

^c Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина,
ул. Гагарина, 59/1, Рязань, 390005 Российская Федерация

*E-mail: kostrov.46@mail.ru

Поступила в редакцию 26.04.2024 г.

После доработки 26.04.2024 г.

Принята к публикации 24.05.2024 г.

Получен алгоритм пространственно-временной обработки сигналов в дискретном времени. Рассмотрены оценочно-корреляционный и оценочно-корреляционно-компенсационный варианты построения оптимальных алгоритмов. Показано, что для реализации полученных алгоритмов необходимо использовать экстраполяционные на один шаг оценки сигнала и помехи. Применение предложенного подхода позволяет получить множество квазиоптимальных алгоритмов обнаружения. Получен оценочно-корреляционный алгоритм обработки сигнала атмосфериков, позволяющий оценить расстояние до грозового разряда с учетом высоты точки наблюдения. Исследовано влияние числа компонент поля на погрешность измерения расстояния до грозового разряда. Для повышения точности определения расстояния предложено использовать трехкомпонентную модель поля.

Ключевые слова: пространственно-временная обработка, оценочно-корреляционный прием, компенсация помех, отношение правдоподобия, марковский сигнал, атмосферик, измерение дальности

DOI: 10.31857/S0033849424080049, EDN: HORIQI

ВВЕДЕНИЕ

Вторая половина XX в. ознаменовалась бурным развитием статистических методов обработки сигналов и их приложений в радиотехнике. Основы теории и практики помехоустойчивого приема были заложены в 40–50-е годы работами А.Н. Колмогорова [1], Н.Д. Папалекси [2], В.А. Котельникова [3], А.А. Харкевича [4], К. Шеннона [5].

Развитие теории потенциальной помехоустойчивости привело к созданию разнообразных методов обработки сигналов, которые базировались в основном на предположениях о гауссовском характере случайных процессов и их стационарности. Эти предположения довольно жесткие для практики и долгое время сдерживали развитие статистической радиотехники. Для преодоления данных ограничений особенно успешным оказалось применение для статистического синтеза марковских моделей сигналов и помех. Именно марковский подход привел к разработке Р.Л. Стратоновичем

теории нелинейной фильтрации [6,7], с помощью которой был решен также вопрос о стационарности сигналов.

Более простым и востребованным оказался линейный фильтр Р.Е. Калмана [8], разработанный сначала для нестационарных процессов в дискретном времени, а затем и для непрерывного времени [9].

В 60-е годы Р.Л. Стратоновичем и Ю.Г. Сосулиным на основе теории марковских процессов был разработан принцип оценочно-корреляционного (ОК) обнаружения сигналов [10–12], использование которого является одним из возможных направлений повышения эффективности радиотехнических систем. Впоследствии оценочно-корреляционный принцип обнаружения был обобщен Т. Кайлатом и Ю.Г. Сосулиным для немарковских сигналов [13,14].

Дальнейшие исследования в области теории оптимального обнаружения и фильтрации

с использованием аппарата марковских процессов, опубликованные в работах Р.Л. Стратоновича [15–18], И.Н. Амиантова [19], Г.Ван Триса [20], Ю.Г. Сосулина [21–23], В.И. Тихонова [24–27], Э. Сейджа и Дж. Мелса [28], Т. Кайлата [29,30], А. Фарины [31], Г.В. Пура [32], М.С. Ярлыкова [33–35] и др., сформировали общую теорию оптимального приема и обработки марковских сигналов.

Эффективным оказалось применение марковской фильтрации сигналов и оценочно-корреляционной обработки для решения актуальной задачи борьбы с помехами (см., например, [35, 36]). Конструктивный характер марковских моделей проявился в полной мере при их использовании в радионавигационных системах [34, 37].

К числу основных работ, подытоживающих данный период развития теории оптимального приема с использованием марковских моделей, можно отнести монографии [38, 39], которые отражают два направления статистической радиотехники – фильтрацию (оценивание) процессов во времени и вычисление статистик при решении задач обнаружения случайных сигналов, оценивания их параметров. При этом между этими направлениями была установлена фундаментальная взаимосвязь. Кроме того, работы [33–35] показывают, что научный вклад М.С. Ярлыкова в развитие марковской теории оценивания и фильтрации сигналов достаточно весом и признан научной общественностью.

Развитие элементной базы, радиотехнических устройств и систем становится основой для дальнейшего развития и расширения области применения теории оценочно-корреляционного (ОК) приема и фильтрации сигналов. Так, появление активных фазированных антенных решеток, цифровых антенных решеток, широкое применение цифровой обработки сигналов сделали востребованными алгоритмы обработки многомерных сигналов в дискретном времени.

Цель работы – на основе обобщения результатов работ [40, 41] на случай многомерных процессов получить оценочно-корреляционный и оценочно-корреляционно-компенсационный (ОКК) алгоритмы обработки пространственно-временных сигналов в дискретном времени, а также привести доказательство взаимосвязи оптимального алгоритма вычисления логарифма отношения правдоподобия (ЛОП) с оценками сигнала и помех, синтезированных как в общем виде, так и на основе марковских моделей.

1. ОЦЕНОЧНО-КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Рассмотрим многомерные наблюдения в дискретном времени

$$\mathbf{Y}_k = \theta \mathbf{X}_k + \Xi_k, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где \mathbf{X}_k – сигнал, N -мерный вектор-столбец отсчетов случайного процесса общего вида, Ξ_k – N -мерный вектор-столбец независимых по времени и по пространству отсчетов шума с плотностью распределения вероятностей (ПРВ) $w_{\Xi}(\Xi)$, $\theta = [0; 1]$ – параметр, характеризующий отсутствие или наличие сигнала.

Так как отношение правдоподобия (ОП) или его логарифм является достаточной статистикой для многих задач обработки сигналов, то цель дальнейшего анализа – получение алгоритма вычисления логарифма отношения правдоподобия.

Запишем ОП при наблюдении выборки пространственно-временных отсчетов размером $K \times N$ аналогично тому, как это выполнено в работе [21]:

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \frac{w(\mathbf{Y}_1^k | \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1^k | \theta = 0)} = \\ &= \frac{w(\mathbf{Y}_1^{k-1} | \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1^{k-1} | \theta = 0)} \times \\ &\times \frac{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{Y}_1^k – совокупность N -мерных векторов-столбцов наблюдаемого процесса \mathbf{Y}_{k1} в моменты времени $k_1 = 1, \dots, k$, $w(\bullet | \bullet)$ – условные ПРВ соответствующих случайных величин.

Используя формулу Байеса, условную ПРВ можно записать в рекуррентном виде

$$w(\mathbf{Y}_1^k | \theta) = w(\mathbf{Y}_1 | \theta) \prod_{n=2}^k w(\mathbf{Y}_n | \mathbf{Y}_1^{n-1}, \theta).$$

Подставив ее в выражение для отношения правдоподобия (1), получим рекуррентное выражение, аналогичное [21]

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \frac{w(\mathbf{Y}_1 | \theta = 1) \prod_{n=2}^k w(\mathbf{Y}_n | \mathbf{Y}_1^{n-1}, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1 | \theta = 0) \prod_{n=2}^k w(\mathbf{Y}_n | \mathbf{Y}_1^{n-1}, \theta = 0)} = \\ &= \Lambda_{k-1} \frac{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где многомерная ПРВ равна

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

Так как отсчеты шума Ξ_k независимы, то условная ПРВ зависит только от значений случайного процесса в текущий момент времени:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \\ &= w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, \theta = 1) = w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k). \end{aligned}$$

Как показано в работе [21], многомерная ПРВ представляет собой апостериорное среднее – экстраполяционную оценку, которая для различных значений параметра наличия сигнала имеет вид

при $\theta = 1$

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) d\mathbf{X}_k, \end{aligned} \quad (3)$$

при $\theta = 0$

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k) w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0) d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

В частном случае, когда отсчеты сигнала независимы во времени, ПРВ последнего отсчета наблюдаемого процесса соответственно при отсутствии и наличии сигнала имеют вид

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= w(\mathbf{Y}_k | \theta = 1) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) w(\mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \\ w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0) &= w(\mathbf{Y}_k | \theta = 0) = w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k). \end{aligned}$$

Отсюда находим алгоритм вычисления ЛОП для независимых во времени отсчетов процессов

$$\begin{aligned} \lambda_k = \ln \Lambda_k &= \lambda_{k-1} + \\ &+ \ln \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) w(\mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k - \ln w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k), \end{aligned}$$

что соответствует нелинейному безынерционному преобразованию наблюдаемого процесса и суммированию результатов этого преобразования.

Для детерминированного сигнала получаем более простой вариант алгоритма вычисления ЛОП:

$$\lambda_k = \ln \Lambda_k = \lambda_{k-1} + \ln w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) - \ln w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k).$$

Если же отсчеты шума и сигнала во времени и пространстве независимы и имеют гауссовские ПРВ с дисперсиями D_{Ξ} , D_X соответственно (T – знак транспонирования матрицы)

$$\begin{aligned} w_{\Xi}(\Xi) &= \frac{1}{(2\pi)^{N/2} D_{\Xi}^{N/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2D_{\Xi}} \Xi^T \Xi\right\}, \quad (4) \\ w_X(\mathbf{X}) &= \frac{1}{(2\pi)^{N/2} D_X^{N/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2D_X} \mathbf{X}^T \mathbf{X}\right\}, \end{aligned}$$

то получаем обработку, известную как «энергетический приемник»:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \frac{N}{2} \ln\left(\frac{D_{\Xi}}{D_X + D_{\Xi}}\right) + \\ &+ \left(\frac{1}{2D_{\Xi}} - \frac{1}{2(D_X + D_{\Xi})}\right) \mathbf{Y}_k^T \mathbf{Y}_k. \end{aligned}$$

Дальнейший анализ проведем для более общего класса случайных процессов \mathbf{X}_k в предположении, что апостериорная ПРВ гауссовская:

$$w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)^T \mathbf{R}_{ps}^{-1}(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)\right\}, \quad (5)$$

что выполняется точно, если все процессы гауссовские, или приближенно, если шум гауссовский, а точность фильтрации процесса \mathbf{X}_k достаточно высокая. В выражении (5) $\hat{\mathbf{X}}_k$ представляет собой

экстраполяционную на один шаг оценку процесса \mathbf{X}_k , а \mathbf{R}_{ps} – матрицу апостериорных дисперсий.

Подставляя (4), (5) в выражение (3), получаем условную ПРВ наблюдаемого процесса:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{\Xi}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k)^T \mathbf{R}_{\Xi}^{-1}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k)\right\} \times \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)^T \mathbf{R}_{ps}^{-1}(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)\right\} d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

Вычислим сумму показателей экспонент, выделяя выражение для гауссовской ПРВ процесса \mathbf{X}_k :

$$w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}} \sqrt{\det \mathbf{R}_{\Xi}}} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right]^T \times \right.$$

$$\left. \times (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) \left[\mathbf{X}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] \right\} d\mathbf{X}_k \times$$

$$\times \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right]^T (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) \times \right.$$

$$\left. \times \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \mathbf{R}_{\Xi}^{-1} \mathbf{Y}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T \mathbf{R}_{ps}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right\}.$$

Вычисление интеграла в правой части этого соотношения дает 1, поэтому выражение для ПРВ упрощается:

$$w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) = \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{\Xi}}} \times \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right]^T (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) \times \right.$$

$$\left. \times \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] - \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \mathbf{R}_{\Xi}^{-1} \mathbf{Y}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T \mathbf{R}_{ps}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right\}.$$

Подставляя это выражение в (2) и проводя в рекуррентном виде с использованием экстраполяции необходимые преобразования, получим ЛОП лационной оценки $\hat{\mathbf{X}}_k$:

$$\lambda_k = \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{ps}}} + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k +$$

$$+ \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k +$$

$$+ \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k -$$

$$- \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T \left[\mathbf{R}_{ps}^{-1} - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \right] \hat{\mathbf{X}}_k.$$

Учитывая корреляционную матрицу шума $\mathbf{R}_{\Xi} = D_{\Xi}\mathbf{I}$, а также равенство

$$\mathbf{R}_{ps}^{-1} - D_{\Xi}(D_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1}\mathbf{R}_{ps}^{-1} = (D_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1},$$

упростим это выражение:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{ps}}} + \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (D_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{R}_{ps} \mathbf{Y}_k + \\ &+ \mathbf{Y}_k^T (D_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T (D_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k. \end{aligned} \quad (6)$$

Так как основными операциями алгоритма (6) являются оценка сигнала и вычисление корреляции наблюдаемого процесса и полученной оценки, то такой алгоритм получил название оценочно-корреляционного [21].

Для одномерного сигнала $N = 1$ это выражение совпадает с аналогичным алгоритмом, полученным в работах [28, 40] для гауссовского случайного процесса:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{D_{\Xi}/(D_{ps} + D_{\Xi})} + \\ &+ \frac{1}{(D_{ps} + D_{\Xi})} \left[y_k^2 \frac{D_{ps}}{2D_{\Xi}} - \hat{x}_k^2 \frac{1}{2} + y_k \hat{x}_k \right], \end{aligned}$$

где D_{Ξ} , D_{ps} – дисперсия шума и апостериорная дисперсия сигнала соответственно.

Отличие полученной здесь формулы (6) от результатов работ [40, 41] заключается в том, что выражение (6) справедливо и для негауссовского многомерного процесса \mathbf{X}_k , но при гауссовской аппроксимации апостериорной ПРВ

$$w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1).$$

2. ОЦЕНОЧНО-КОРРЕЛЯЦИОННО-КОМПЕНСАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Проведем обобщение этого результата и для других видов помех помимо шума Ξ_k аналогично тому, как это сделано в работе [41] для одномерных процессов. Пусть в наблюдаемом процессе помимо сигнала и шума содержится также помеха общего вида

$$\mathbf{Y}_k = \theta \mathbf{S}_k + \mathbf{V}_k + \Xi_k, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где \mathbf{S}_k – полезный сигнал, \mathbf{V}_k – помеха, случайный процесс общего вида, физически реализуемый, с ограниченной мощностью, $\theta = [0; 1]$ – параметр, характеризующий отсутствие или наличие сигнала, Ξ_k – белый гауссовский шум с дисперсионной матрицей $\mathbf{R}_{\Xi} = D_{\Xi}\mathbf{I}$.

Следуя ОКК-методу [21], определим экстраполяционные оценки: $\hat{\mathbf{S}}_k = \mathbf{S}_k | \mathbf{Y}_m, 1 \leq m < k$, – сигнала на фоне помехи и шума; $\hat{\mathbf{V}}_{0k} = \mathbf{V}_k | \mathbf{Y}_m, 1 \leq m < k$, $\theta = 0$, – помехи на фоне шума при условии отсутствия сигнала; $\hat{\mathbf{V}}_{1k} = \mathbf{V}_k | \mathbf{Y}_m, 1 \leq m < k$, $\theta = 1$, – помехи на фоне шума при условии наличия сигнала. Как и ранее полагаем, что апостериорная ПРВ всех рассматриваемых оценок гауссовская, а дисперсионные матрицы оценки помехи при отсутствии сигнала и оценки суммы сигнала и помехи соответственно равны \mathbf{R}_{0ps} и \mathbf{R}_{1ps} .

Запишем ОП для следующей ситуации:

– гипотеза $\theta = 1$, присутствуют сигнал и помеха на фоне шума; условная ПРВ наблюдаемого процесса $w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1)$,

– альтернатива $\theta = 0$, присутствует только помеха на фоне шума; условная ПРВ наблюдаемого процесса $w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0)$.

Для расчета отношения правдоподобия

$$\Lambda_k = \frac{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0)}$$

поделим числитель и знаменатель на ПРВ наблюдаемого процесса при условии, что сигнал и помеха отсутствуют $w(\mathbf{Y}_1^k | 0, \theta = 0)$:

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \frac{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1) / w(\mathbf{Y}_1^k | 0, \theta = 0)}{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0) / w(\mathbf{Y}_1^k | 0, \theta = 0)} = \\ &= \frac{\Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1)}{\Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Логарифм отношения правдоподобия получим подстановкой в выражение (7) соответствующих ЛОП, полученных ранее ОК-алгоритмом (6):

$$\begin{aligned}
\lambda_k &= \ln \Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1) - \ln \Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0) = \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{1ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{1ps}}} + \\
&+ \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{R}_{1ps} \mathbf{Y}_k + (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k})^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{Y}_k - \\
&- \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k})^T \left[\mathbf{R}_{1ps}^{-1} - \mathbf{D}_{\Xi} (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{R}_{1ps}^{-1} \right] (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k}) - \\
&- \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{0ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{0ps}}} - \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{R}_{0ps} \mathbf{Y}_k - \\
&- \hat{\mathbf{V}}_{0k}^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{Y}_k + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{V}}_{0k}^T \left[\mathbf{R}_{0ps}^{-1} - \mathbf{D}_{\Xi} (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{R}_{0ps}^{-1} \right] \hat{\mathbf{V}}_{0k}.
\end{aligned}$$

Полученную формулу для достаточной статистики можно преобразовать различными эквивалентными способами. Далее используется ОКК-подход, применение которого дает следующее выражение статистики:

$$\begin{aligned}
\lambda_k &= \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det \mathbf{R}_{0ps} \det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{1ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{1ps} \det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{0ps}^{-1})^{-1}}} + \\
&+ \frac{1}{2 D_{\Xi}} \mathbf{Y}_k^T \left[(\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{R}_{1ps} - (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{R}_{0ps} \right] \mathbf{Y}_k + \\
&+ (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}) - \\
&- \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}) - \\
&- \frac{1}{2} \hat{\mathbf{V}}_{0k}^T \left[(\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} - (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \right] \hat{\mathbf{V}}_{0k}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Апостериорные дисперсии оценок полагаем равными $\mathbf{R}_{0ps} = \mathbf{R}_{1ps} = \mathbf{R}_{ps}$, что наблюдается, например, при детерминированном сигнале $\hat{\mathbf{S}}_k = \mathbf{S}_k$. Тогда логарифм отношения правдоподобия (8) запишется в виде

$$\begin{aligned}
\lambda_k &= \lambda_{k-1} + (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}) - \\
&- \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}).
\end{aligned} \tag{9}$$

Введя новые обозначения, получим ЛОП

$$\begin{aligned}
\lambda_k &= \lambda_{k-1} + \tilde{\mathbf{Y}}_k^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{S}_{\text{ref } k} - \\
&- \frac{1}{2} \mathbf{S}_{\text{ref } k}^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{S}_{\text{ref } k},
\end{aligned} \tag{10}$$

где $\tilde{\mathbf{Y}}_k = \mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{V}}_{0k}$ – выход оптимального компенсатора помех, $\mathbf{S}_{\text{ref } k} = \hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k} = \hat{\mathbf{S}}_k - \Delta \mathbf{S}_k$ – оптимальный опорный сигнал коррелятора,

учитывающий искажение полезного сигнала $\Delta \mathbf{S}_k = \hat{\mathbf{V}}_{0k} - \hat{\mathbf{V}}_{1k}$ при компенсации помехи.

Структура полученного таким образом алгоритма вычисления ЛОП для многомерных сигналов в дискретном времени полностью повторяет структуру ОКК-алгоритма для многомерных сигналов в непрерывном времени [42], а также ОК-алгоритма обработки одномерных процессов в дискретном времени [21]:

$$\lambda_k = \lambda_{k-1} + \frac{1}{D_{\Xi}} \left[y_k x_k - \frac{1}{2} x_k^2 \right].$$

Кроме того, данный алгоритм позволяет дать другую трактовку известного метода Котельникова – метода обеляющего фильтра, реализующего приведение коррелированной помехи к белому шуму [3, 43]. В рассматриваемом случае обеляющий фильтр трансформирован в оптимальный компенсатор помехи, с выхода которого сигнал подается в корреляционный приемник, настроенный на сформированный с учетом помехи опорный сигнал $S_{ref k}$. Структурная схема устройства компенсационно-корреляционной обработки приведена на рис. 1.

Опорный сигнал оптимального приемника формируется на основе наблюдаемого векторного процесса Y_k , поскольку оценки \hat{S}_k и \hat{V}_{1k} в общем случае вычисляются с использованием поступающих на вход приемника отсчетов наблюдаемого процесса. Оценка \hat{V}_{0k} поступает на формирователь опорного сигнала из компенсатора помех, в котором она играет главную роль.

В частном случае, когда сигнал S_k является детерминированным, в качестве опорного сигнала коррелятора $S_{ref k}$ выступает результат преобразования S_k в компенсаторе помехи, который в случае гауссовской стационарной помехи можно рассчитать априори. При этом схема обработки совпадает по структуре с оптимальным приемником Котельникова. Нестационарность помехи приводит к необходимости реализации адаптивного,

с переменными параметрами компенсатора помехи. Тогда блок формирования опорного сигнала $S_{ref k}$ из алгоритма (10) также становится адаптивным. На адаптивный формирователь опорного сигнала поступает передаточная характеристика многомерного компенсатора помех C_k или его импульсная характеристика, которые формируются в процессе адаптации компенсатора к помехе. Структурная схема приемника с подстраиваемыми характеристиками приведена на рис. 2.

В общем случае многомерный оптимальный компенсатор помех $\tilde{Y}_k = Y_k - \hat{V}_{0k}$ при отсутствии сигнала осуществляет точную декорреляцию помехи, при этом одновременно снижая динамический диапазон, что важно для последующей цифровой обработки сигналов (ЦОС). При наличии сигнала на выходе компенсатора образуется случайный процесс

$$\tilde{Y}_k = \hat{S}_{1k} + \hat{V}_{1k} - \hat{V}_{0k} + \tilde{\Xi}_k,$$

где $\tilde{\Xi}_k$ – некомпенсированные остатки помехи и шума. Формируемые на выходе оптимального компенсатора компоненты $\hat{V}_{0k} - \hat{V}_{1k}$ можно рассматривать как искажения сигнала, которые учитываются при коррекции опорного сигнала коррелятора (10).

Соотношение для расчета ЛОП (9) служит основой для синтеза различных квазиоптимальных алгоритмов обработки сигналов. Квазиоптимальные алгоритмы можно синтезировать несколькими способами:

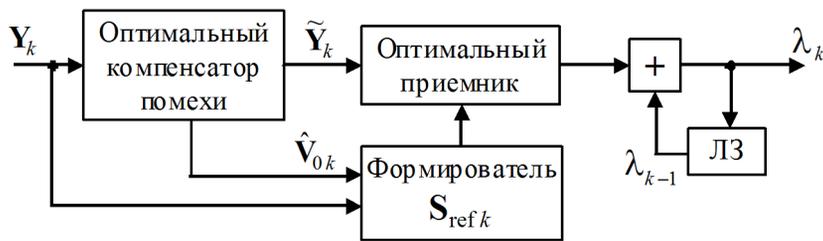


Рис. 1. Структурная схема устройства компенсационно-корреляционной обработки, ЛЗ – линия задержки на 1 такт.

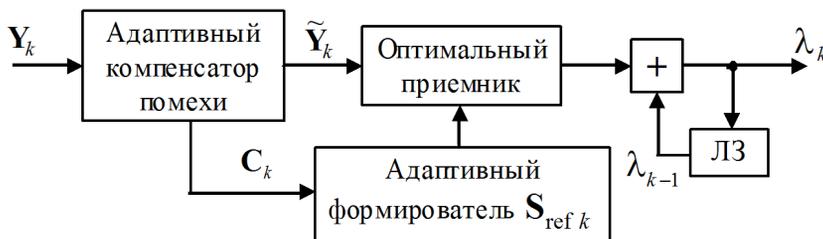


Рис. 2. Структурная схема адаптивного приемника с компенсатором помех.

– оптимальные оценки сигналов и помех, входящие в ОП или ЛОП, заменяются на квазиоптимальные, например, полученные в гауссовском приближении [33, 35];

– используются идеи математико-эвристического синтеза [21], когда в структуру оптимального ОКК-алгоритма встраиваются устройства оценивания, достаточно простые для реализации и хорошо зарекомендовавшие себя при решении различных задач обработки сигналов;

– на форму записи ЛОП накладываются ограничения, вызванные теми или иными соображениями.

Применение этих способов позволяет получить из (9) целое семейство квазиоптимальных алгоритмов обнаружения. Например, если ввести предположение о том, что параметры сигнала и помехи неэнергетические и пренебречь взаимной корреляцией оценок сигнала и помехи, то энергия оценок при большом размере выборки, определяемая квадратами оценок \hat{S}_k , \hat{V}_{1k}^2 , \hat{V}_{0k}^2 , может считаться фиксированной. Тогда из алгоритма (9) получаем соотношение для достаточной статистики

$$z_k = z_{k-1} + \tilde{Y}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{S}_{\text{ref}k}, \quad (11)$$

которое непосредственно производит ОКК-обработку сигналов, поскольку третье слагаемое в уравнении (9) имеет постоянный уровень и может быть учтено на этапе принятия решения об обнаружении или оценивании параметров.

Заметим, что квазиоптимальные ОКК-алгоритмы широко используются на практике и без указанных ограничений на параметры сигналов. Это объясняется, например, тем, что ЦОС, составляющая основу обнаружения сигналов в современных радиотехнических системах, позволяет применить технологии обеспечения постоянства уровня ложных тревог. Применение данных технологий при относительно небольших потерях в пороговом отношении сигнал–шум дает возможность значительно упростить формирование статистики обнаружения z_k .

В случае слабого сигнала и мощной помехи отношение помеха–шум много больше отношения сигнал–шум, поэтому имеем сходимость

$\hat{V}_{1k} \rightarrow \hat{V}_{0k}$, и разность оценок помехи может иметь второй порядок малости относительно оценки сигнала $\hat{V}_{1k} - \hat{V}_{0k} \sim o^2(\hat{S}_k)$. Тогда $\Delta \mathbf{S}_k \rightarrow 0$ и опорный сигнал коррелятора $\mathbf{S}_{\text{ref}k} \approx \hat{S}_k$. В результате из выражения (9) получим квазиоптимальный алгоритм

$$z_k = z_{k-1} + \tilde{Y}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{S}_k - \frac{1}{2} \hat{S}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{S}_k. \quad (12)$$

При неэнергетических параметрах сигнала, третье слагаемое в правой части (12) не влияет на максимально правдоподобную оценку параметра, и им можно пренебречь:

$$z_k = z_{k-1} + \tilde{Y}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{S}_k. \quad (13)$$

Полученные алгоритмы (11), (13) допускают достаточно простую трактовку: сначала производится компенсация помехи, а затем корреляционная обработка. Ключевым моментом формирования статистики z_k является получение опорного сигнала коррелятора $\mathbf{S}_{\text{ref}k}$ или оптимальной оценки сигнала \hat{S}_k . Строго говоря, их формирование должно осуществляться на основе наблюдаемого векторного процесса \mathbf{Y}_k , но для упрощения, полагая высокую точность компенсации помехи, в качестве наблюдаемого процесса можно использовать сигнал с выхода компенсатора помех \tilde{Y}_k [44]. Если операция компенсации помехи проводится с помощью детерминированного преобразования, имеющего обратную функцию, то оценка сигнала $\tilde{S}_k = \mathbf{S}_k | \tilde{Y}_k, \theta = 1$ по наблюдениям \tilde{Y}_k также является оптимальной $\tilde{S}_k = \hat{S}_k$. Если преобразование при компенсации помехи не имеет обратной функции, то оценка сигнала $\tilde{S}_k \neq \hat{S}_k$, т.е. является квазиоптимальной. Впоследствии возможно произвести уточнение оценки многомерного сигнала и опорного напряжения путем учета нескомпенсированных остатков помехи $\Delta \tilde{S}_k$, как это выполнено в работе [45]. Обобщенная структура приемника, построенного на этих принципах, приведена на рис. 3.

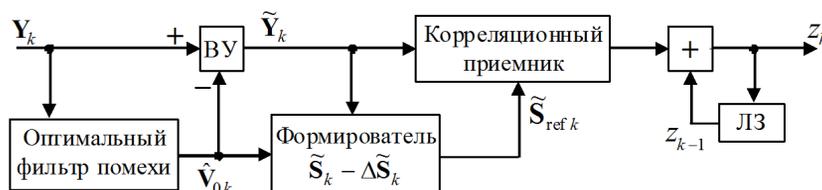


Рис. 3. Обобщенная структура квазиоптимального приемника, ВУ – вычитающее устройство.

3. АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

Получение экстраполяционных оценок сигнала и помехи $\hat{S}_k, \hat{V}_{1k}, \hat{V}_{0k}$ требует использования различных моделей случайных процессов, среди которых наибольшее распространение нашли марковские модели [16, 25, 28, 33–35, 37, 38].

Пусть многомерный диффузионный марковский процесс имеет в дискретном времени прямое описание

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{A}(\mathbf{Z}_{k-1}, k) + \mathbf{B}(\mathbf{Z}_{k-1}, k)v_k,$$

где v_k – некоррелированный гауссовский шум с дисперсией D_v . Многомерный наблюдаемый процесс равен $\mathbf{Y}_k = \mathbf{X}_k + \Xi_k$, где Ξ_k – некоррелированный гауссовский шум с дисперсией D_Ξ , $\mathbf{X}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{Z}_k$ – оцениваемый процесс (\mathbf{H}_k – матрица коэффициентов). Таким образом, в рассматриваемом примере негауссовские свойства обусловлены нелинейными зависимостями $\mathbf{A}(\mathbf{Z}_{k-1}, k)$, $\mathbf{B}(\mathbf{Z}_{k-1}, k)$ от процесса \mathbf{Z}_{k-1} . Подставляя эти выражения в формулу для апостериорной ПРВ, запишем квазилинейный алгоритм вычисления апостериорного среднего и апостериорной дисперсии в дискретном времени [27, 28]:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k-1)$$

– алгоритм одношагового предсказания,

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})$$

– алгоритм фильтрации,

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}_{psk} \mathbf{H}_k^T / D_\Xi$$

– коэффициент усиления фильтра,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{psk|k-1} = & \\ = & \frac{d\mathbf{A}(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k-1)}{d\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}} \mathbf{D}_{psk-1} \frac{d\mathbf{A}^T(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k-1)}{d\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}} + \\ & + \mathbf{B}(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k) D_v \mathbf{B}^T(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k) \end{aligned}$$

– матрица апостериорных дисперсий экстраполяционной оценки,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{psk} = & \mathbf{D}_{psk|k-1} - \\ & - \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}_k^T \left(\mathbf{H}_k \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}_k^T + \right. \\ & \left. + D_\Xi \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{D}_{psk|k-1} \end{aligned}$$

– матрица апостериорных дисперсий фильтрационной оценки.

Система уравнений фильтрации марковского процесса содержит фильтрационную оценку $\hat{\mathbf{Z}}_k$ и экстраполяционную оценку $\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}$ процесса \mathbf{Z}_k , получаемую одношаговым предсказанием на основе фильтрационной оценки. Это позволяет рассчитать ЛОП, используя также и фильтрационные оценки в ОК- и ОКК-алгоритмах.

4. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ АТМОСФЕРИКОВ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим применение полученных ОКК-алгоритмов многомерных сигналов в дискретном времени для измерения расстояния до грозового разряда [46]. В работе [39] ОК-алгоритм вычисления ЛОП был получен для марковской модели атмосфериков в непрерывном времени. Примем в качестве модели атмосферика – второй производной дипольного момента – простой марковский процесс, в дискретном времени описываемый разностным уравнением

$$x_k = Ax_{k-1} + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (14)$$

где v_k – формирующий шум с дисперсией D_v , K – длительность атмосферика в дискретном времени, $0 < A < 1$ – коэффициент корреляции.

Уравнения сигналов в датчиках, принимающих вертикальную и горизонтальную электрическую составляющую поля и магнитную составляющую поля вертикального разряда в ближней зоне имеют вид [46, 47]:

$$\begin{aligned} e_{Bk} = & \frac{k_1}{4\pi c^2 \epsilon R} \sin^2 \theta \left(x_k + \frac{c}{R} m \gamma_{1k} + \frac{c^2}{R^2} m \gamma_{2k} \right), \\ e_{Tk} = & \frac{k_2}{8\pi c^2 \epsilon R} \sin(2\theta) \left(x_k + \frac{3c}{R} \gamma_{1k} + \frac{3c^2}{R^2} \gamma_{2k} \right), \quad (15) \\ h_k = & \frac{k_3}{4\pi c R} \sin \theta \left(x_k + \frac{c}{R} \gamma_{1k} \right), \end{aligned}$$

$$\gamma_{1k} = \gamma_{1k-1} + \Delta t x_k, \quad \gamma_{2k} = \gamma_{2k-1} + \Delta t \gamma_{1k},$$

где e_{Bk} , e_{Tk} – вертикальная и горизонтальная компоненты электрического поля соответственно, h_k – азимутальная составляющая магнитного поля, k_1, k_2, k_3 – коэффициенты передачи датчиков электрического и магнитного поля, $\theta = \arccos(h/R)$ – угол отклонения линии визирования от вертикали, $m = 1 - 2h^2/R_\Gamma^2$ – коэффициент поляризации электрического поля, h – высота точки наблюдения, $R_\Gamma = \sqrt{R^2 - h^2}$ – горизонтальная дальность до грозового разряда, R – наклонная дальность до грозового разряда, ϵ – диэлектрическая постоянная среды распространения, γ_{1k} – токовый момент, γ_{2k} – дипольный момент.

Оцениваемый вектор $\mathbf{X}_k = \{e_{vk}, e_{rk}, h_k\}^T$ обр-зуется путем линейного преобразования вектора состояний $\mathbf{Z}_k = \{x_k, \gamma_{1k}, \gamma_{2k}\}^T$:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{H}\mathbf{Z}_k,$$

где матрица преобразования равна

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} \frac{k_1}{4\pi c^2 \varepsilon R} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi c \varepsilon R^2} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi \varepsilon R^3} \sin^2 \theta \\ \frac{k_2}{8\pi c^2 \varepsilon R} \sin(2\theta) & \frac{3k_2}{8\pi c \varepsilon R^2} \sin(2\theta) & \frac{3k_2}{8\pi \varepsilon R^3} \sin(2\theta) \\ \frac{k_3}{4\pi c R} \sin \theta & \frac{k_3}{4\pi R^2} \sin \theta & 0 \end{vmatrix}. \quad (16)$$

В соответствии с уравнениями атмосферика (14) и электрического и магнитного полей (15) запишем вектор состояния в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{A}\mathbf{Z}_{k-1} + \mathbf{B}v_k,$$

где матрицы марковской модели имеют вид

$$\lambda_k(\mathbf{Y}_1^k | R) = \lambda_{k-1}(\mathbf{Y}_1^{k-1} | R) + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1}}} + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1})^{-1} \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1} \mathbf{Y}_k + \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k(R) - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T(R) (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k(R),$$

$\hat{\mathbf{X}}_k(R) = \{\hat{e}_{vk}(R), \hat{e}_{rk}(R), \hat{h}_k(R)\}$ – экстраполяционная оценка вектора \mathbf{X}_k ; $\mathbf{R}_{\text{psk}|k-1}$ – матрица апостериорных дисперсий этих оценок.

Для вычисления среднеквадратических оценок используется метод линейной фильтрации многомерного марковского процесса $\mathbf{Z}_k = \{x_k, \gamma_{1k}, \gamma_{2k}\}^T$.

Уравнения для оценки $\hat{\mathbf{Z}}_k$ имеют вид:

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{Y}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \right)$$

– алгоритм фильтрации,

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{Z}}_{k-1}$$

– алгоритм одношагового предсказания,

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} \mathbf{H}^T / D_{\Xi}$$

– коэффициент усиления фильтра,

$$\mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} = \mathbf{A} \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \mathbf{D}_v \mathbf{B}^T$$

– матрица апостериорных дисперсий экстраполяционной оценки,

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} A & 0 & 0 \\ \Delta t & 1 & 0 \\ 0 & \Delta t & 1 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix},$$

Δt – нормированный интервал дискретизации во времени.

Определение наклонной дальности R производится по результатам наблюдения векторного процесса $\mathbf{Y}_k = \{y_{1k}, y_{2k}, y_{3k}\}^T$ на выходах датчиков электрического и магнитного полей:

$$y_{1k} = e_{vk} + \xi_{1k}, \quad y_{2k} = e_{rk} + \xi_{2k}, \quad y_{3k} = h_k + \xi_{3k},$$

где ξ_{nk} , $n = 1, 2, 3$, $k = 1, \dots, K$, – независимые белые шумы в приемных каналах с дисперсией D_{Ξ} . Дальность до источника грозового разряда определяется методом максимального правдоподобия с помощью ОК-подхода для многомерных сигналов:

$$\hat{R} = \arg \max_R \lambda(\mathbf{Y}_1^K | R),$$

где условный ЛОП рассчитывается по формуле (6), которая в условиях данной задачи приобретает вид

$$\mathbf{D}_{\text{psk}} = \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} - \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{\Xi})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1}$$

– матрица апостериорных дисперсий фильтрационной оценки.

Оценки атмосфериков в приемных каналах и их матрица апостериорных дисперсий соответственно равны

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{H} \hat{\mathbf{Z}}_k, \quad \mathbf{R}_{\text{psk}|k-1} = \mathbf{H} \mathbf{D}_{\text{psk}|k-1} \mathbf{H}^T.$$

Методом статистического моделирования проведен анализ зависимости среднеквадратической погрешности измерения наклонной дальности σ_R от горизонтального расстояния до грозового разряда R_r при различных отношениях сигнал–шум $q = D_v / D_{\Xi}$ и различных высотах точки наблюдения h . Проведено сравнение точности измерения с использованием трехкомпонентного поля в соответствии с уравнением (16) и двухкомпонентного поля (вертикальная электрическая компонента и магнитная), для которого матрица формирования сигнала на выходах датчиков равна:

$$H = \begin{vmatrix} \frac{k_1}{4\pi c^2 \epsilon R} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi c \epsilon R^2} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi \epsilon R^3} \sin^2 \theta \\ \frac{k_3}{4\pi c R} \sin \theta & \frac{k_3}{4\pi R^2} \sin \theta & 0 \end{vmatrix}.$$

На рис. 4 приведены зависимости погрешности измерения расстояния до грозового разряда $\sigma_R(R_r)$ при $q = 100$ и различных высотах точки наблюдения $h = 0$ м и $h = 1000$ м. Анализ графиков показывает, что применение датчиков трехкомпонентного поля значительно уменьшает ошибку оценивания дальности при ненулевой высоте точки наблюдения. Вместе с тем при $h = 0$ м погрешность оценивания примерно одинакова, как при использовании датчиков двухкомпонентного поля, так и при использовании датчиков трехкомпонентного поля.

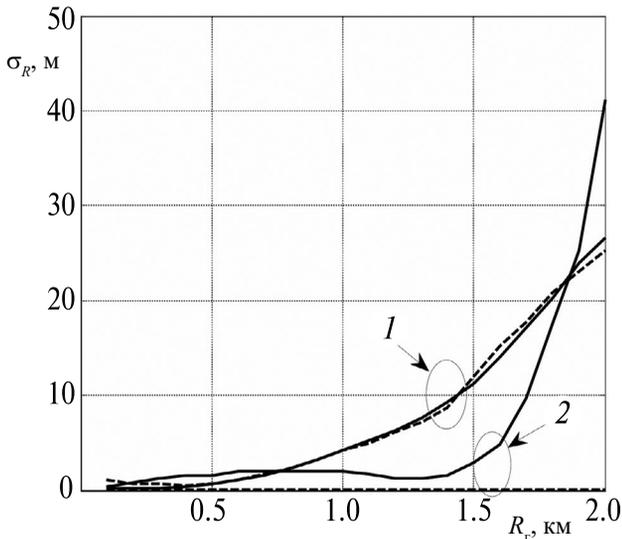


Рис. 4. Зависимости погрешности измерения расстояния до грозового разряда $\sigma_R(R_r)$ при $q = 100$ и различных высотах точки наблюдения: $h = 0$ (1) и 1000 м (2), полученные при наблюдении двухкомпонентного (сплошная кривая) и трехкомпонентного (пунктирная) поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен синтез алгоритма пространственной обработки сигналов в дискретном времени, который показал наличие операций вычисления экстраполяционных на один шаг оценок сигнала и помехи, компенсации помехи, вычисления корреляционной суммы выхода компенсатора и опорного сигнала. В отличие от ОК- и ОКК-алгоритмов в непрерывном времени в алгоритм в дискретном времени добавлены составляющие в виде квадратичной формы вектора наблюдаемого процесса. В частных случаях одномерных

и некоррелированных сигналов полученные алгоритмы совпадают с алгоритмами, приведенными в работах [40, 41]. Алгоритмы обработки многомерных сигналов в дискретном времени, разработанные в данной статье, могут быть обобщены на случай комплексных сигналов и помех, что позволит обрабатывать комплексные огибающие радиосигналов.

Алгоритм вычисления ЛОП широко используется как составная часть алгоритма обнаружения, алгоритма оценивания параметров сигнала и ряда других. Рассмотренный пример оценивания дальности до грозового разряда как параметра случайного процесса показал высокую эффективность и конструктивность ОК-подхода при наблюдении многомерного электрического и магнитного полей.

Рассмотренные оптимальные алгоритмы и примеры применения многомерной ОК- и ОКК-обработки сигналов допускают обобщение на немарковские процессы и сигналы. Это доказывает, что данный подход является универсальной методологической основой для синтеза высокоэффективных алгоритмов обработки сигналов как для существующих, так и для перспективных радиотехнических систем. Расширение сферы применений и конкретных технических приложений будет стимулировать теоретические и прикладные исследования, придаст новый импульс в развитии теории компенсации.

Перспективными, на наш взгляд, остаются вопросы развития исследований в области цифровой реализации алгоритмов ОКК-обработки многомерных сигналов. Использование высокоскоростных аналого-цифровых преобразователей и процессоров ЦОС позволяет реализовать сложные алгоритмы ОК-приема, в том числе адаптивного. При этом появляется возможность проводить адаптацию не только компенсаторов помех, но и формирователя опорного сигнала коррелятора, а в радиолокационных системах также и адаптацию зондирующего сигнала.

Изложенные методы ОК- и ОКК-обработки применимы в разнообразных радиотехнических, радиофотонных и оптических информационных системах, причем эти методы имеют фундаментальное значение для синтеза и анализа алгоритмов обработки сигналов. Особого внимания заслуживает обширный класс задач, связанных с обработкой изображений, для решения которых также может быть с успехом использован ОК-метод. К числу таких наиболее распространенных задач относятся обработка радиолокационных и оптических изображений, подавление фона и спекл-шума при обнаружении объектов на изображениях, автоматическая коррекция геометрических и радиометрических искажений, автофокусировка радиолокационных изображений, формирование и обработка

сигналов в ММО радиотехнических системах и многие другие.

Отметим, что большим потенциалом повышения качества обработки сигналов обладает пространственно-временной ресурс, который в ряде радиотехнических систем использован не в полной мере. Универсальность ОКК-подхода и его применение к пространственно-временной обработке, в том числе нелинейной, позволяет выявить новые возможности активных фазированных и цифровых антенных решеток, организации в них оптимальной обработки.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н. // Изв. АН СССР. Сер. Матем. 1941. Т. 5. № 1. С. 3.
2. Папалекси Н.Д. Радиопомехи и борьба с ними. М.:Л.: Гостехиздат, 1944.
3. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Радио и связь, 1998.
4. Харкевич А.А. Борьба с помехами. М.: Физматгиз, 1965.
5. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
6. Стратонович Р.Л. // Теория вероятностей и ее применение. 1959. Т. 4. Вып. 2. С. 239.
7. Стратонович Р.Л. // РЭ. 1960. Т. 5. № 11. С. 1751.
8. Kalman R.E. // Trans. ASME J. Basic Eng. 1960. V. 82D. March. P. 34.
9. Kalman R.E., Bucy R.S. // Trans. ASME J. Basic Eng. 1961. V. 83D. March. P.95.
10. Стратонович Р.Л., Сосулин Ю.Г. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1964. № 6. С. 10.
11. Стратонович Р.Л., Сосулин Ю.Г. // РЭ. 1966. Т. 11. № 4. С. 497.
12. Сосулин Ю.Г. // РЭ. 1969. Т. 14. № 12. С. 2136.
13. Kailath T. // IEEE Trans. 1969. V. IT-15. № 1. P. 350.
14. Сосулин Ю.Г. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 10. С. 1526.
15. Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961.
16. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
17. Стратонович Р.Л. // ТИИЭР. 1970. Т. 58. № 5. С. 72.
18. Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема. М.: Сов. радио, 1973.
19. Амиантов И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи. М.: Сов. радио, 1971.
20. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. В 3-х т. М.: Сов. радио, 1972. Т. 1. 1975. Т. 2. 1977. Т. 3.
21. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
22. Сосулин Ю.Г., Фишман М.М. Теория последовательных решений и ее применения. М.: Радио и связь, 1985.
23. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1992.
24. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
25. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
26. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
27. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.
28. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Связь, 1976.
29. Kailath T. Lectures on Wiener and Kalman Filtering. Berlin: Springer-Verlag, 1981.
30. Kailath T., Poor H.V. // IEEE Trans. 1998. V. IT-44. № 6. P. 2230.
31. Optimised Radar Processors / Ed. A. Farina. L.: Perigrinus, 1987.
32. Poor H.V. An Introduction to Signal Detection and Estimation. N.Y.: Springer-Verlag, 1988.
33. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
34. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
35. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
36. Котоусов А.С., Морозов А.К. Оптимальная фильтрация сигналов и компенсация помех. М.: Горячая Линия–Телеком, 2008.
37. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2022.
38. Марковская теория оценивания в радиотехнике / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2004.
39. Сосулин Ю.Г., Костров В.В., Паршин Ю.Н. Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех. М.: Радиотехника, 2014.
40. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 1999. Т. 44. № 9. С. 1098.
41. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 2000. Т. 45. № 7. С. 809.

42. Сосулин Ю.Г., Паршин Ю.Н. // РЭ. 1981. Т. 26. № 8. С. 1635.
43. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 1998. Т. 43. № 9. С. 1030.
44. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 2006. Т. 51. № 9. С. 1027.
45. Костров В.В. // Радиотехнич. и телекоммун. системы. 2014. № 1. С. 21.
46. Кононов И.И., Петренко И.А., Снегуров В.С. Радиотехнические методы местоопределения грозовых очагов. Л.: Гидрометеиздат, 1986.
47. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971.

SPATIAL-TEMPORAL MARKOV MODELS IN ESTIMATION-CORRELATION-COMPENSATION SIGNAL PROCESSING IN DISCRETE TIME

V. V. Kostrov^{a,b,*}, Yu. N. Parshin^c

^a*Murom Institute (branch) of Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigoryevich Stoletov, 23 Orlovskaya str., Murom, Vladimir region, 602264 Russia*

^b*JSC Research Institute Submicron, Georgievsky Ave., 5, bld. 2, Moscow, Zelenograd, 124498 Russia*

^c*Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, 59/1 Gagarina str., Ryazan, 390005 Russia*

*E-mail: kostrov.46@mail.ru

Received April 26, 2024, revised April 26, 2024, accepted May 24, 2024

An algorithm for spatial-temporal signal processing in discrete time is obtained. The estimation-correlation and estimation-correlation-compensation options for constructing optimal algorithms are considered, which also makes it possible to generalize to non-Markov signals and interferences. It is shown that in order to implement the obtained algorithms, it is necessary to use extrapolation one-step estimates of the signal and interference. It is established that the interference compensator is part of the optimal estimation-correlation-compensation algorithm. The application of the proposed approach makes it possible to obtain a variety of quasi-optimal algorithms for signal detection and parameter estimation. The resulting structures are convenient for implementation in digital form by hardware and software. A spatial-temporal estimation-correlation algorithm for processing the atmospheric signal has been obtained, which allows estimating the distance to a thunderstorm discharge taking into account the height of the observation point. The influence of the number of field components on the measurement error of the distance to the lightning discharge is investigated. To improve the accuracy of distance determination, it is proposed to use a three-component field model.

Keywords: spatial-temporal processing, estimation-correlation reception, interference compensation, likelihood ratio, Markov signal, atmospheric, range measurement