

УДК 621.391.26

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПСЕВДОДАЛЬНОСТИ ДО НАВИГАЦИОННОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АППАРАТУРЕ ПРИЕМА СИГНАЛОВ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

© 2024 г. А. В. Иванов*, С. П. Москвитин, А. А. Иванов, Н. А. Лежнева

Тамбовский государственный технический университет,
ул. Ленинградская, 1, Тамбов, 392036 Российская Федерация

*E-mail: aleksandr-ivanov68@yandex.ru

Поступила в редакцию 21.02.2024 г.

После доработки 21.02.2024 г.

Принята к публикации 27.02.2024 г.

Для аппаратуры приема сигналов спутниковой радионавигационной системы методами марковской теории оценивания случайных процессов синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки информации на выходе следящей системы определения псевдодальности до навигационного космического аппарата. Новизной разработанных алгоритмов является возможность выявления аномальных измерений псевдодальности, возникающих на выходе следящей системы. На основе синтезированных алгоритмов разработана структурная схема, позволяющая определять аномальные измерения псевдодальности.

Ключевые слова: навигационная система, аппаратура приема сигналов спутниковой радионавигационной системы, псевдодальность, аномальное измерение, марковская теория оценивания случайных процессов

DOI: 10.31857/S0033849424080038, EDN: HPAKSCQ

ВВЕДЕНИЕ

Навигационные системы нашли широкое применение для решения задач навигации подвижных объектов. Использование в них для синтеза комплексной обработки информации методов марковской теории оптимального оценивания случайных процессов [1–3] позволило создать комплексные оптимальные алгоритмы, обладающие высокой точностью и надежностью решения задач навигации. В последнее время широкое распространение получили навигационные системы на основе спутниковых радионавигационных систем (СРНС). Введение в их состав аппаратуры приема радиосигналов СРНС позволило повысить точность определения координат местоположения и скорости движения подвижного объекта. В состав аппаратуры приема СРНС входят два конструктивно раздельных блока: антенный и приемовычислительный. Последний состоит из модулей вторичных источников питания, платы приемокоррелятора, платы навигационного вычислителя и платы интерфейсного устройства [4]. Задержку радиосигнала, которая может быть легко пересчитана в псевдодальность до навигационного космического аппарата (НКА), измеряют с помощью навигационного

вычислителя по сигналам коррелятора. В режиме слежения задержка радиосигнала от НКА до аппаратуры приема СРНС формируется на выходе следящей системы определения задержки (ССОЗ), которая включает дискриминатор, фильтр и генератор опорного сигнала. Сигнал на выходе ССОЗ в режиме слежения в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 1, 3, 3, \dots$, пересчитанный в псевдодальность, может быть представлен в виде [4]

$$\xi(t_{k+1}) = D(t_{k+1}) + \sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1}), \quad (1)$$

где $\xi(t_{k+1})$ – измеренное значение псевдодальности до НКА, $D(t_{k+1})$ – истинное значение псевдодальности до НКА; $t_{k+1} - t_k = T$ – интервал дискретизации; $\sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1})$ – случайная ошибка измерения, у которой $n_{\xi}(t_{k+1})$ – выборки белого гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, а σ_{ξ} – среднеквадратическая ошибка измерения дальности до НКА.

Для повышения помехозащищенности и разрешающей способности в СРНС используются шумоподобные сигналы, которые формируются при помощи фазовой манипуляции сигналов высокостабильной несущей частоты псевдослучайными последовательностями с заданными законами

формирования. Для шумоподобных сигналов характерен случай малых отношений сигнал/шум на входе аппаратуры приема СРНС. Кроме того, на величину отношения сигнал/шум существенное влияние оказывает канал распространения, а также радиопомехи естественного и искусственного происхождения. Анализ апостериорной плотности вероятности задержки, проведенный в [3], показал, что при малых отношениях сигнал/шум она является многомодальной и сильно изрезанной. При этом положение точки максимума апостериорного распределения может существенно отличаться от истинного значения даже при значительном числе принятых элементов псевдослучайной последовательности. Вследствие этого при работе аппаратуры приема (АП) СРНС в режиме слежения на выходе ССОЗ при малых отношениях сигнал/шум в пределах дискриминационной характеристики возможен захват шумовых выбросов радиосигнала, что приводит к появлению аномальных измерений. При этом закон распределения шумовых выбросов в пределах дискриминационной характеристики является равномерным, а следовательно, появление любого значения задержки в пределах дискриминационной характеристики является равновероятным [5].

Представим сигнал на выходе ССОЗ в режиме слежения в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 0, 1, 2, \dots$, пересчитанный в псевдодальность, при возникновении аномальных измерений в виде

$$\xi(t_{k+1}) = D(t_{k+1}) + \Delta D(t_{k+1}) + \sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1}), \quad (2)$$

где $\Delta D(t_{k+1})$ – случайная величина, равномерно распределенная на интервале от $(D(t_{k+1}) - c\tau_{\Delta})$ до $(D(t_{k+1}) + c\tau_{\Delta})$, c – постоянная, характеризующая скорость света, τ_{Δ} – длительность элементарной посылки псевдослучайной последовательности.

Возникновение аномальных измерений псевдодальности до НКА при использовании его в составе рабочего созвездия приводит к значительным ошибкам определения координат и скорости движения подвижного объекта. Существующие на сегодняшний день методы и алгоритмы позволяют выявлять аномальные измерения координат местоположения и скорости движения подвижного объекта на выходе аппаратуры приема сигналов СРНС только при совместной обработке его выходных сигналов с сигналами других устройств, систем, датчиков, измеряющих координаты местоположения и скорость движения объекта или функционально связанные с ними параметры, т.е. при комплексной обработке информации. В качестве примера можно указать навигационные комплексы на основе СРНС, в которых за счет применения комплексной обработки информации выявляются и исключаются из обработки аномальные измерения на выходе АП СРНС [6]. В качестве недостатка

этих методов и алгоритмов следует отметить невозможность определения, в каком конкретно из каналов измерения псевдодальности до НКА, входящих в рабочее созвездие, возникли аномальные измерения.

В существующей аппаратуре приема сигналов СРНС, в частности, в канале измерения псевдодальности до навигационного космического аппарата, нет функции выявления аномального измерения. Для решения этой задачи следует на основе выражения (2) решить задачу идентификации измерения на выходе следящей системы. Поэтому, в общем случае, требуется совместно с решением задачи оценивания псевдодальности по сигналам на выходе следящей системы также решить задачу идентификации измерения на выходе следящей системы. Решение подобных задач, как показано [3], может быть сведено к задаче оценивания дискретно-непрерывного процесса, а именно: непрерывного векторного диффузионного марковского процесса, описывающего изменение псевдодальности, и дискретного марковского процесса, характеризующего величину аномального измерения псевдодальности на выходе следящего устройства.

Применение методов марковской теории оптимального оценивания случайных процессов для решения задач синтеза, когда полезные радиосигналы на входе приемного устройства являются нелинейными функциями от дискретно-непрерывных процессов, достаточно подробно рассмотрено в работах [3, 7–11]

В данной работе, основываясь на указанных работах, будет рассмотрена задача синтеза, когда полезный сигнал на входе устройства обработки является линейной функцией от дискретно-непрерывного процесса.

Цель работы – методами марковской теории оптимального оценивания случайных процессов [1–3] получить оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки сигналов на выходе следящей системы определения псевдодальности (ССОП) в аппаратуре приема сигналов СРНС в режиме слежения, позволяющие совместно с решением задачи оценивания псевдодальности также выявлять аномальные измерения псевдодальности до НКА.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Полагая, что произведен пересчет задержки в псевдодальность, представим в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 0, 1, 2, \dots$, наблюдение на выходе ССОП в режиме слежения в виде

$$\xi(t_{k+1}) = D(t_{k+1}) + \theta(t_{k+1})\Delta D_{\max} + \sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1}), \quad (3)$$

где $D(t_{k+1})$ – истинное значение псевдодальности от аппаратуры приема радиосигналов СРНС до НКА; $\theta(t_{k+1})$ – случайный дискретный параметр, принимающий одно из значений $\theta_j(t_{k+1}) = j / N_\theta$, $j = -N_\theta, N_\theta$; $\Delta D_{\max} = c\tau_\Sigma$ – максимально допустимый сдвиг по дальности, после которого дискриминационное устройство переходит из режима слежения в режим поиска; $n_\xi(t_{k+1})$ – выборки белого гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Значение величины N_θ будем определять из значения ΔD_{\max} и значения максимально возможного изменения псевдодальности до НКА, обусловленного перемещением объекта за интервал времени дискретизации $t_{k+1} - t_k = T$.

Полагаем, что введенный в (3) дискретный процесс $\theta(t)$ на полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, которое соответствует интервалам накопления отсчетов в корреляторе, может принимать одно из значений $\theta_j(t_{k+1}) = j / N_\theta$, $j = -N_\theta, N_\theta$ с вероятностями $P_{\theta_j}(t_{k+1})$. Данные вероятности образуют вектор безусловных вероятностей:

$$\mathbf{P}_\theta(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} P_{\theta(-N_\theta)}(t_{k+1})\{\theta_{-N_\theta}(t_{k+1}) = -1\} \\ \vdots \\ P_{\theta_0}(t_{k+1})\{\theta_0(t_{k+1}) = 0\} \\ \vdots \\ P_{\theta N_\theta}(t_{k+1})\{\theta_{N_\theta}(t_{k+1}) = 1\} \end{bmatrix}.$$

Считаем, что введенный дискретный процесс $\theta(t)$ образует однородную марковскую цепь на $(2N_\theta + 1)$ положение. Кроме того, на интервалах времени (t_k, t_{k+1}) дискретный процесс постоянен:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(t)}{dt} &= 0, \quad t \in (t_k, t_{k+1}); \\ \theta(t_{k+1} - 0) &= \theta(t_k + 0), \quad \theta(t_0) = \theta_0; \\ \mathbf{P}_\theta(t_{k+1} - 0) &= \mathbf{P}_\theta(t_k + 0), \end{aligned} \quad (4)$$

и может скачком изменять свои значения в моменты времени $t_{k+1} = t_k + T$;

на соседних тактовых интервалах значения дискретного процесса независимы и нахождение дискретного процесса в начале каждого тактового интервала в каждом состоянии равновероятно:

$$\mathbf{P}_\theta(t_{k+1}) = \frac{1}{(2N_\theta + 1)} \mathbf{E}_\theta, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где \mathbf{E}_θ – единичный вектор размером $[(2N_\theta + 1) \times 1]$.

Для описания изменения псевдодальности (3) между подвижным объектом и НКА используем математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dD(t)}{dt} &= V(t); \\ \frac{dV(t)}{dt} &= \sigma_V n_V(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где $V(t)$ – скорость изменения псевдодальности до НКА; σ_V – среднеквадратическое значение шума; $n_V(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Системе дифференциальных уравнений (6) соответствует система разностных уравнений

$$D(t_{k+1}) = D(t_k) + TV(t_k); \quad (7)$$

$$V(t_{k+1}) = V(t_k) + 0.5\sigma_V T^{0.5} n_V(t_k), \quad (8)$$

где $n_V(t_k)$ – выборки белого гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

В рассматриваемой постановке задачи подлежащий оцениванию вектор состояния $\mathbf{X}(t_k) = [D(t_k), V(t_k)]^T$ (символ T обозначает операцию транспонирования) включает две компоненты и в соответствии с (7), (8) описывается разностным векторно-матричным стохастическим уравнением

$$\mathbf{X}(t_{k+1}) = \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) + \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{N}_x(t_k), \quad (9)$$

где Φ_{xx} – фундаментальная матрица размером (2×2) с ненулевыми элементами $\Phi_{xx11} = \Phi_{xx22} = 1$, $\Phi_{xx12} = T$; $\mathbf{N}_x(t_k) = [0, n_V(t_k)]^T$ – вектор формирующих стандартных гауссовских случайных величин; Γ_{xx} – переходная матрица возмущения размером (2×2) с ненулевыми элементами

$$\Gamma_{xx11} = \sigma_V \sqrt{\frac{T^3}{3}}, \Gamma_{xx21} = \sigma_V \frac{T\sqrt{3}}{2\sqrt{T}}, \Gamma_{xx22} = \sigma_V \sqrt{\frac{T}{4}}.$$

Наблюдение $\Xi(t_{k+1}) = \xi(t_{k+1})$ включает сигнал на выходе ССОП в аппаратуре приема радиосигналов спутниковой радионавигационной системы и в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 0, 1, 2, \dots$, в соответствии с (3), (7)–(9) описывается выражением

$$\begin{aligned} \Xi(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_{k+1}) + \\ &+ \theta(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}) + \Gamma_\Xi(t_{k+1}) N_\Xi(t_{k+1}), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbf{H}(t_{k+1})$ – вектор наблюдения размером (1×2) с ненулевым элементом $h_{11} = 1$; $\Phi_{yy}(t_{k+1}) = \Delta D_{\max}$; $N_\Xi(t_{k+1}) = n_\xi(t_{k+1})$ – шум наблюдения; $\Gamma_\Xi(t_{k+1}) = \sigma_\xi$ – среднеквадратическая ошибка шума наблюдения.

Необходимо методами марковской теории оптимального оценивания получить оптимальные по критерию максимума апостериорной плотности вероятности дискретные алгоритмы идентификации параметра достоверности (4) и адаптивного оценивания процесса (9) по наблюдениям (10).

2. ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ

В совокупности процессы

$$\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1})$$

$$\text{и } \boldsymbol{\theta}(t_{k+1}) = [\theta_{-N_\theta}(t_{k+1}), \dots, \theta_0(t_{k+1}), \dots, \theta_{N_\theta}(t_{k+1})]^T$$

образуют совместный векторный дискретно-непрерывный марковский процесс

$$\mathbf{Z}^T(t_{k+1}) = [\mathbf{X}^T(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}^T(t_{k+1})]$$

При наблюдении процесса (10) исчерпывающее решение задачи идентификации и адаптивного оценивания получается на основе использования вектора совместных апостериорных распределений

$$\mathbf{P} [t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}]$$

Однако для дискретного процесса, значения которого на соседних тактовых интервалах независимы и нахождение дискретного процесса в начале каждого тактового интервала в каждом состоянии равновероятно, а также у которого матрица вероятности перехода $\Pi_\theta^T [\boldsymbol{\theta}(t_{k+1}) | \boldsymbol{\theta}(t_k)]$ на интервалах времени (t_k, t_{k+1}) имеет вид

$$\Pi_\theta^T [\boldsymbol{\theta}(t_{k+1}) | \boldsymbol{\theta}(t_k)] = \mathbf{I}$$

(\mathbf{I} – единичная матрица), необходимо решение о значении дискретного процесса принимать в конце тактового интервала (t_k, t_{k+1}) , $k = 0, 1, 2, \dots$, после обработки результатов наблюдения на всем тактовом интервале в момент времени $(t_{k+1} - 0)$ до смены состояний дискретного процесса [3, 7, 8, 11]. Таким образом, для решения поставленной задачи следует использовать вектор совместных апостериорных распределений

$$\mathbf{P} [t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}]$$

В дискретные моменты времени t_k , $k = 0, 1, 2, \dots$, совместный дискретно-непрерывный процесс (ДНП)

$$\mathbf{Z}^T(t_{k+1}) = [\mathbf{X}^T(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}^T(t_{k+1})]$$

является марковским. Поэтому для момента времени $(t_{k+1} - 0)$ вектор совместных апостериорных распределений

$$\mathbf{P} [t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}]$$

с учетом изменений совместного процесса, описываемых уравнениями (4), (9) и (10), найдем согласно рекуррентному уравнению Стратоновича [12]

$$\begin{aligned} & \mathbf{P} [t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}] = \\ & = \int \Pi_z^T [\mathbf{X}(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times \\ & \quad \times \mathbf{P} [t_k + 0, \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}(t_k + 0) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) \quad (11) \end{aligned}$$

где $\Pi_z^T [\bullet | \bullet]$ – диагональная матрица размером $(r \times r)$, $r = (2N_\theta + 1)$. Эта матрица с учетом априорной независимости непрерывных $[\mathbf{X}^T \Xi]$ и дискретного $\boldsymbol{\theta}$ процессов может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} & \Pi_z^T [\mathbf{X}(t_{k+1}), \boldsymbol{\theta}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}(t_k), \Xi(t_k)] = \\ & = \pi_1 [\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}(t_k), \Xi(t_k)] \Pi_\theta^T [\boldsymbol{\theta}(t_{k+1}) | \boldsymbol{\theta}(t_k)] = \\ & = \pi_1 [\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}(t_k), \Xi(t_k)] \mathbf{I} \quad (12) \end{aligned}$$

где $\pi_1 [\bullet | \bullet]$ – диагональная матрица плотности вероятности перехода размером $(r \times r)$ с элементами

$$\pi_{1jj} [\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}_j(t_k), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r},$$

которая полностью определяется соотношениями (9), (10).

Совместный условный процесс $\mathbf{Z}_1^T = [\mathbf{X}^T \Xi | \boldsymbol{\theta}]$, описываемый соотношениями (9), (10), можно записать в виде разностного уравнения

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_1(t_{k+1}) &= \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{Z}_1(t_k) + \\ &+ \Phi_{zv}(t_{k+1}) \boldsymbol{\theta}(t_{k+1}) + \Gamma_z(t_{k+1}, t_k) \mathbf{N}_z(t_k) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) &= [\Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) : \Phi_{z\Xi}(t_{k+1}, t_k)]; \\ \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) &= \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \\ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \end{bmatrix}, \Phi_{z\Xi}(t_{k+1}, t_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \Phi_{zv}(t_{k+1}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{yy}(t_{k+1}) \end{bmatrix}; \\ \Gamma_z(t_{k+1}, t_k) &= \begin{bmatrix} \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) & 0 \\ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) & \Gamma_{\Xi}(t_{k+1}) \end{bmatrix}; \\ \mathbf{N}_z^T(t_{k+1}) &= [\mathbf{N}_x^T(t_k) \mathbf{N}_{\Xi}(t_{k+1})]. \end{aligned}$$

Условные плотности вероятности перехода

$$\pi_{1jj} [\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\theta}_j(t_k), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r}$$

являются гауссовскими

$$\begin{aligned} & \pi_{1j} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \mid \mathbf{X}(t_k), \theta_j(t_k), \Xi(t_k) \right] = \\ & = N \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1}); \mathbf{B}_{zz}(t_{k+1}) \right], j = \overline{1, r}, \end{aligned}$$

с вектором математического ожидания $\mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1})$ и матрицей центральных моментов второго порядка $\mathbf{B}_{zz}(t_{k+1})$, которые имеют вид

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1}) = \\ & = \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) X(t_k) \\ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) X(t_k) + \theta_j(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \end{bmatrix}; \\ & \mathbf{B}_{zz}(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}) & \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) \\ \mathbf{B}_{\Xi x}(t_{k+1}) & \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} & \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}) = \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k); \\ & \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) = \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}); \\ & \mathbf{B}_{\Xi x}(t_{k+1}) = \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k); \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) = \\ & = \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \Gamma_{\Xi\Xi}^2(t_{k+1}). \end{aligned}$$

Представляя левую часть вектора совместных апостериорных распределений (11) в виде условного (по $\Xi(t_{k+1})$) процесса, получим

$$\begin{aligned} & \mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) \mid \Xi^{t_k} \right] = \\ & = p \left[\Xi(t_{k+1}) \mid \Xi^{t_k} \right] \mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ & = C_1(t_{k+1}) P \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right] \quad (13) \end{aligned}$$

где $C_1(t_{k+1}) = p \left[\Xi(t_{k+1}) \mid \Xi^{t_k} \right]$ – постоянная, которая может быть определена из условия нормировки

$$\mathbf{E}^T \int \mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right] d\mathbf{X}(t_{k+1}) = 1, \quad (14)$$

\mathbf{E} – единичный вектор размером $(r \times 1)$.

Подставляя (12) и (13) в (11), для момента времени $(t_{k+1} - 0)$ и отсчетов $\left[\mathbf{X}^T(t_{k+1}) \theta^T(t_{k+1} - 0) \right]$ дискретно-непрерывного процесса получим

$$\begin{aligned} & \mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ & = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_1 \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \mid \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ & \times \mathbf{P} \left[t_k + 0, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) \mid \Xi^{t_k} \right] d\mathbf{X}(t_k). \quad (15) \end{aligned}$$

Соотношение (15) позволяет последовательно при $k = 0, 1, 2, \dots$ найти вектор апостериорных распределений $\mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right]$

отсчетов ДНП $\left[\mathbf{X}^T(t_{k+1}) \theta^T(t_{k+1} - 0) \right]$ в конце тактового интервала для момента времени $(t_{k+1} - 0)$ и, следовательно, получить его оценку, оптимальную по заданному критерию.

На основе соотношения (15) получим рекуррентные уравнения для безусловных и условных апостериорных распределений оцениваемых процессов и соответствующие этим распределениям безусловные и условные оценки отсчетов векторных непрерывного и дискретного процессов. Для этого представим апостериорное смешанное распределение ДНП в форме [3, 7, 8]:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P} \left[t_k, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k) \mid \Xi^{t_k} \right] = \\ & = p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k} \right] \mathbf{P} \left[t_k, \theta(t_k) \mid \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right]; \quad (16) \end{aligned}$$

где $p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k} \right]$ – апостериорная плотность вероятности выборки непрерывного процесса; $\mathbf{P} \left[t_k, \theta(t_k) \mid \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right]$ – вектор условных (по $\mathbf{X}(t_k)$) апостериорных вероятностей значений векторного дискретного процесса.

При представлении вектора $\mathbf{P} \left[t_k, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k) \mid \Xi^{t_k} \right]$ в виде (16) соотношение (15) будет иметь вид

$$\begin{aligned} & p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right] \times \\ & \times P \left[t_{k+1} - 0, \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\ & = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_1 \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \mid \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ & \times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k} \right] \times \\ & \times \mathbf{P} \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) \mid \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right] d\mathbf{X}(t_k). \quad (17) \end{aligned}$$

Безусловную апостериорную плотность вероятности (АПВ) отсчетов $\mathbf{X}(t_{k+1})$ непрерывного процесса найдем из условия нормировки выражения (17)

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}_0^T p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \mid \Xi^{t_{k+1}} \right] \times \\ & \times P \left[t_{k+1} - 0, \theta(t_{k+1} - 0) \mid \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\ & = \mathbf{E}_0^T \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_1 \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \mid \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ & \times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k} \right] \times \\ & \times P \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) \mid \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right] d\mathbf{X}(t_k), \quad (18) \end{aligned}$$

где \mathbf{E}_0 – единичный вектор размером $(r \times 1)$.

Выполнив условие нормировки с учетом того, что плотность вероятности перехода $\pi_1[\bullet | \bullet]$ есть диагональная матрица размером $(r \times r)$ с элементами

$$\pi_{1jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta_j(t_k), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r},$$

из (18) получим

$$\begin{aligned} p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}}] &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \times \\ &\times \int \left[\sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \pi_{1jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + \right. \\ &+ 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + \\ &+ 0) = \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] \times \\ &\left. \times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

Вектор условных апостериорных вероятностей (АВ) отсчетов дискретного процесса $\theta(t_{k+1} - 0)$ найдем, проинтегрировав левую и правую части выражения (17) по $\mathbf{X}(t_{k+1})$. В результате из условия согласованности получим

$$\begin{aligned} P[t_{k+1} - 0, \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})] &= \\ = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_\Xi[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] \times \\ &\times P[t_k + 0, \theta(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] d\mathbf{X}(t_k), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\pi_\Xi[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k)]$ – диагональная матрица условных плотностей вероятностей перехода с элементами

$$\pi_{\Xi jj}[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r},$$

которые являются гауссовскими

$$\begin{aligned} \pi_{\Xi jj}[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] &= \\ = N\left\{\Xi(t_{k+1}) - M_{\Xi j}(t_{k+1}); B_{\Xi \Xi}(t_{k+1})\right\} \end{aligned}$$

с математическим ожиданием $M_{\Xi j}(t_{k+1})$ и центральным моментом второго порядка $B_{\Xi \Xi}(t_{k+1})$, имеющими в соответствии с выражениями (9) и (10) следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{\Xi j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_k) + \theta_j(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}); \\ B_{\Xi \Xi}(t_{k+1}) &= \Gamma_{\Xi \Xi}^2(t_{k+1}) + \\ &+ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}). \end{aligned}$$

Выражение (19) для безусловной АПВ отсчетов $\mathbf{X}(t_{k+1})$ непрерывного процесса можно также записать в нескольких формах записи [8]:

$$\begin{aligned} p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}}] &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \times \\ &\times \int \left[\sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \pi_{1jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \right. \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] \times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \int \pi_{1jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \text{tr} \left\{ \pi_1[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + \right. \\ &+ 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] \times \\ &\left. \times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

где $\text{tr}\{\bullet\}$ – след матрицы.

Условные АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$ дискретного процесса согласно (20) определяются выражением

$$\begin{aligned} P_j[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})] &= \\ = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_{\Xi jj}[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \\ = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k), j = \overline{1, r}. \end{aligned} \quad (22)$$

Полученные выражение (21) и (22) представляют собой рекуррентные уравнения, позволяющие определять безусловные АПВ отсчетов $\mathbf{X}(t_{k+1})$ непрерывного процесса и условные АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$ дискретного процесса.

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Так как в рассматриваемой постановке задачи значения дискретного процесса на соседних тактовых интервалах независимы, а в начале тактового интервала равновероятны, то апостериорные вероятности отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$ дискретного процесса

$$P_j \left[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right], j = \overline{1, r}$$

не зависят от непрерывного процесса. В этом случае АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$ дискретного процесса

$$P_j \left[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right], j = \overline{1, r},$$

будут равны

$$\begin{aligned} P_j \left[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right] &= \\ &= P_j \left[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] = \frac{1}{(2N_\theta + 1)}. \end{aligned}$$

Тогда в выражении (21) АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$, можно вынести за знак интеграла и записать его в виде

$$\begin{aligned} p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}} \right] &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \right. \\ &= \theta_j(t_k + 0) \left. \middle| \Xi^{t_k} \right] \int \pi_{1,jj} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \right. \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \left. \right] \times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k} \right] d\mathbf{X}(t_k). \quad (23) \end{aligned}$$

В выражении (23) апостериорная плотность вероятности $p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k} \right]$, полученная на предыдущем шаге, является гауссовской

$$p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k} \right] = N \left\{ \mathbf{X}^*(t_k), \mathbf{P}(t_k) \right\},$$

где $\mathbf{X}^*(t_k)$ – оценка вектора состояния; $\mathbf{P}(t_k)$ – матрица апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания на предыдущем шаге.

Для совместного условного процесса $\mathbf{Z}_1^T = \left[\mathbf{X}^T \Xi \middle| \theta \right]$, как указано выше, плотности вероятностей перехода

$$\begin{aligned} \pi_{1,jj} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \right. \\ \left. = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right], i = \overline{1, r} \end{aligned}$$

являются гауссовскими

$$\begin{aligned} \pi_{1,jj} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] = \\ = N \left\{ \mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1}); \mathbf{B}_{zz}(t_{k+1}) \right\}. \end{aligned}$$

Так как входящие в подынтегральное выражение (21) плотности вероятности являются гауссовскими, то и плотность вероятности $p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}} \right]$ будет гауссовской.

Сгруппируем члены в подынтегральном выражении (23) и представим его в виде

$$\begin{aligned} & C_2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{Z_j}(t_{k+1}) \right]^T \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{Z_j}(t_{k+1}) \right] - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} = \\ & = C_2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{Z}_1(t_k) - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k) \right]^T \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{Z}_1(t_k) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k) \right] - \frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} = \\ & = C_2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k) \right]^T \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \times \right. \\ & \quad \left. \times \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k) \right] - \frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} = \\ & = C_3 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_j \right]^T \mathbf{B}^{-1} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_j \right] \right\} \times \\ & \quad \times C_4 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1z_j}(t_{k+1}) \right]^T \mathbf{B}_{1ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1z_j}(t_{k+1}) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \left[\Phi_{zx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \right]^{-1}; \\ \mathbf{A}_j &= \mathbf{B} \left[\Phi_{zx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \right. \\ &\quad \left. - \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \mathbf{X}^*(t_k) \right]; \\ \mathbf{B}_{1ZZ}(t_{k+1}) &= \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{zx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{ZZ}(t_{k+1}); \\ \mathbf{M}_{1z_j}(t_{k+1}) &= \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k). \end{aligned}$$

В полученном выражении вторая экспонента не содержит переменную интегрирования $X(t_k)$ и может быть вынесена за знак интегрирования в выражении (23). Интегрирование первой экспоненты дает некоторую константу, которая вместе с постоянными C_3 и C_4 войдет в нормировочную постоянную C_1 .

В результате получим

$$\begin{aligned} & p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1X} \\ \Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1ZZ11} & \mathbf{B}_{1ZZ12} \\ \mathbf{B}_{1ZZ21} & \mathbf{B}_{1ZZ22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1X} \\ \Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j} \end{bmatrix} \right\}, \end{aligned} \tag{24}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{1X}(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k); \\ \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ11}(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ12}(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ21}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{\Xi x}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ22}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}). \end{aligned} \tag{25}$$

Используя выражения, приведенные в [3], перейдем в правой части (24) от гауссовской совместной плотности вероятности

$$p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_k}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]$$

к гауссовской условной плотности вероятности

$$p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right].$$

В результате получим

$$\begin{aligned} & p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]. \end{aligned} \tag{26}$$

Входящая в выражение (26) условная плотность вероятности $p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]$ будет гауссовской

$$\begin{aligned} & p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right] = \\ &= \mathbf{N} \left\{ \mathbf{X}_j^*(t_{k+1}), \mathbf{P}(t_{k+1}) \right\} = \end{aligned}$$

$$= N \left\{ \mathbf{M}_{1X}(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{1ZZ_{12}} \mathbf{B}_{1ZZ_{22}}^{-1} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi_j}(t_{k+1}) \right], \mathbf{B}_{1ZZ_{11}} - \mathbf{B}_{1ZZ_{12}} \mathbf{B}_{1ZZ_{22}}^{-1} \mathbf{B}_{1ZZ_{21}} \right\}, j = \overline{1, r},$$

где $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ – условная оценка непрерывного процесса (вектора состояния); $P(t_{k+1})$ – матрица апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания, которые согласно (24) определяются равенствами:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_j^*(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \\ &+ \mathbf{K}(t_{k+1}) \left[\Xi(t_{k+1}) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) - \right. \\ &\left. - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) \right], j = \overline{1, r}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(t_{k+1}) &= \left[\Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) \right] \times \\ &\times \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t_{k+1}) &= \left[\Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}) \right] - \\ &- \mathbf{K}(t_{k+1}) \left[\Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) \right]^T, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\mathbf{K}(t_{k+1})$ – матрица оптимальных коэффициентов передачи цифрового фильтра.

Безусловная оценка непрерывного процесса (вектора состояния) в момент времени (t_{k+1}) ,

представляющая собой математическое ожидание от левой и правой частей выражения (26), будет определяться выражением

$$\mathbf{X}^*(t_{k+1}) = \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \mathbf{X}_j^*(t_{k+1}) P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right], \quad (30)$$

где

$$P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] = \frac{1}{(2N_\theta + 1)}.$$

Для определения условных АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_{k+1} - 0)$, $j = \overline{1, r}$ дискретного

процесса используем выражение (22), в котором также АВ отсчетов $P_j \left[t_k + 0, \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right]$, $j = \overline{1, r}$ вынесем за знак интеграла и с учетом независимости в начале тактового интервала дискретного процесса от непрерывного процесса, получим

$$\begin{aligned} &P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \int \pi_{\Xi_j} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ &\quad \times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k} \right] d\mathbf{X}(t_k), j = \overline{1, r}. \end{aligned}$$

В данном выражении плотность вероятности перехода

$$\pi_{\Xi_j} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right]$$

является гауссовской

$$\begin{aligned} \pi_{\Xi_j} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] &= \\ &= N \left\{ \Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{\Xi_j}(t_{k+1}); \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right\} \end{aligned}$$

с математическим ожиданием $M_{\Xi_j}(t_{k+1})$ и центральным моментом второго порядка $B_{\Xi\Xi}(t_{k+1})$, имеющими в соответствии с выражениями (9) и (10) следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{Z_j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_{k+1}) + \\ &+ \theta_j(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) &= \Gamma_{\Xi}^2(t_{k+1}) + \\ &+ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}). \end{aligned}$$

Апостериорная плотность вероятности $p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k}\right]$, полученная на предыдущем шаге, также является гауссовской

$$p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k}\right] = \mathbf{N}\left\{\mathbf{X}^*(t_k), \mathbf{P}(t_k)\right\}.$$

Тогда подынтегральное выражение в (22) можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \int \pi_{\Xi jj} \left[\Xi(t_{k+1}) \mid \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k}\right] d\mathbf{X}(t_k) = \\ & = C_6 \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{\Xi j}(t_{k+1}) \right]^T \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{\Xi j}(t_{k+1}) \right] - \right. \\ & \quad \left. -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} d\mathbf{X}(t_k) = \\ & = C_6 \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{yy}(t_{k+1}) \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]^T \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \times \right. \\ & \quad \times \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{yy}(t_{k+1}) \theta_j(t_{k+1} - 0) \right] - \\ & \quad \left. -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} d\mathbf{X}(t_k). \end{aligned} \quad (31)$$

Сгруппируем члены в подынтегральном выражении (31) и представим его в виде

$$\begin{aligned} & \int \pi_{\Xi jj} \left[\Xi(t_{k+1}) \mid \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \mid \Xi^{t_k}\right] d\mathbf{X}(t_k) = \\ & = \int C_7 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_{1j} \right]^T \mathbf{B}_1^{-1} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_{1j} \right] \right\} \times \\ & \times C_8 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) \right]^T \mathbf{B}_{1\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) \right] \right\} d\mathbf{X}(t_k), \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \left[\Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \right]^{-1}; \\ \mathbf{A}_{1j} &= \mathbf{B} \left[\Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \Xi(t_{k+1}) - \right. \\ & \left. - \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \mathbf{X}^*(t_k) \right]; \\ \mathbf{B}_{1\Xi \Xi}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi \Xi}(t_{k+1}); \\ \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}). \end{aligned}$$

В выражении (32) вторая экспонента не содержит переменную интегрирования $\mathbf{X}(t_k)$ и может быть вынесена за знак интегрирования. Интегрирование первой экспоненты дает некоторую

константу, которая вместе с постоянными C_7 и C_8 войдет в нормировочную постоянную C_1 .

В результате выражение (22) для определения условных АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$, дискретного процесса примет вид

$$\begin{aligned}
 & P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\
 & = C(t_{k+1}) P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \times \\
 & \times \left\{ \det \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \times \\
 & \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right]^T \times \right. \\
 & \times \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right]^{-1} \times \\
 & \left. \times \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right] \right\}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

где $C(t_{k+1})$ – нормировочная постоянная, определяемая из условия нормировки

$$\begin{aligned}
 C^{-1}(t_{k+1}) & = \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \times \\
 & \times \left\{ \det \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \times \\
 & \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right]^T \times \right. \\
 & \times \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right]^{-1} \times \\
 & \left. \times \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right] \right\}. \quad (34)
 \end{aligned}$$

В качестве оценки отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$, дискретного параметра принимается то значение отсчета дискретного параметра, для которого условная апостериорная вероятность является максимальной

$$\begin{aligned}
 & \theta_j^*(t_{k+1} - 0) = \\
 & = \theta_j(t_k + 0) : \max_j P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]. \quad (35)
 \end{aligned}$$

Полученные алгоритмы (27)–(30), (33)–(35) представляют собой квазиоптимальные алгоритмы адаптивного оценивания и идентификации, полученные при представлении апостериорного смешанного распределения ДНП процесса в форме (16). Уравнение (35) позволяет по критерию максимума условной апостериорной вероятности найти оптимальную оценку значения дискретного параметра $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, тем самым провести идентификацию наблюдения $\Xi(t_{k+1})$ на выходе следящей системы, определив значение величины

$$\Phi_{yy}(t_{k+1}) \theta_j^*(t_{k+1} - 0) = \theta_j^*(t_{k+1} - 0) \Delta D_{\max}.$$

Если значение этой величины превышает некоторое наперед заданное значение $\Delta D_{\text{зад}}$, то наблюдение на выходе следящей системы аппаратуры приема является аномальным, его нельзя использовать для определения оценки вектора состояния. Если значение рассматриваемой величины меньше наперед заданного значения $\Delta D_{\text{зад}}$, то наблюдение $\Xi(t_{k+1})$ на выходе следящей системы можно использовать для определения оценки вектора состояния. При этом в качестве оценки вектора состояния $\mathbf{X}(t_{k+1})$ берется значение $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$, определяемое выражениями (27)–(29), с того канала обработки (оптимального дискретного фильтра), в котором условная апостериорная вероятность $P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]$ максимальна. Выражение (30) используется для определения оптимальной оценки вектора состояния, которая будет использоваться для нахождения оценок вектора состояния \mathbf{X}_j^* на следующем временном шаге.

4. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

На основе полученных квазиоптимальных алгоритмов (27)–(29), (30), (33)–(35) была разработана схема обработки информации при представлении апостериорного смешанного распределения ДНП в форме (16), которая представлена на рис. 1.

Схема включает в свой состав:

- $(2N_\theta + 1)$ -каналов вычисления условных оценок непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ и условных апостериорных вероятностей $P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]$ отсчетов дискретного процесса согласно выражениям (27) и (33);

- схему вычисления матриц оптимальных коэффициентов передачи цифрового фильтра $\mathbf{K}(t_{k+1})$ и апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания $\mathbf{P}(t_{k+1})$ в соответствии с выражениями (28) и (29);

- схему вычисления оценки дискретного процесса (ДП) в соответствии с выражением (33)–(35) и определения номера канала j , которому соответствует оценка;

- схему весового суммирования, в которой определяется значение безусловной оценки непрерывного процесса $\mathbf{X}^*(t_{k+1})$ согласно выражению (30);

- схему выбора оценки условного непрерывного процесса (НП), которая соответствует каналу, в котором условная апостериорная вероятность $P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]$ отсчетов дискретного процесса максимальна;

- схему вычисления величины $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)\Delta D_{\max}$, представляющей собой величину аномального измерения;

- пороговое устройство, в котором происходит сравнение значения величины аномального

измерения $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)\Delta D_{\max}$ с предельно допустимым значением $\Delta D_{\text{зад}}$;

- схему разрешения использования оценки, которая в случае, если аномальное измерение $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)\Delta D_{\max}$ меньше предельно допустимого значения $\Delta D_{\text{зад}}$, разрешает прохождение полученной условной оценки непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ для дальнейшей обработки.

Схема j -го канала, входящего в схему обработки информации на рис. 1, представлена на рис. 2. В состав канала входят схемы: умножения, суммирования, транспонирования, вычисления экспоненты, вычисления обратной матрицы, задержки, вычисления детерминанта, вычисления степени, с помощью которых реализуются вычисления в соответствии с выражениями (27), (33). На выходе канала формируются условная оценка непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ и условная апостериорная вероятность отсчетов дискретного процесса

$$P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right].$$

Для их формирования на вход канала поступают: матрица оптимальных коэффициентов передачи цифрового фильтра $\mathbf{K}(t_{k+1})$; матрица апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания $\mathbf{P}(t_{k+1})$ и безусловная оценка непрерывного процесса $\mathbf{X}^*(t_{k+1})$.

Особенностью схемы обработки информации при представлении апостериорного смешанного распределения ДНП процесса в форме (16) является наличие связи между каналами обработки информации. Выражается это в том, что для вычисления условной оценки непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ и условной апостериорной вероятности $P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]$ отсчетов дискретного процесса должна быть вычислена безусловная оценка непрерывного процесса $\mathbf{X}^*(t_k)$ на предыдущем такте согласно выражению (30).

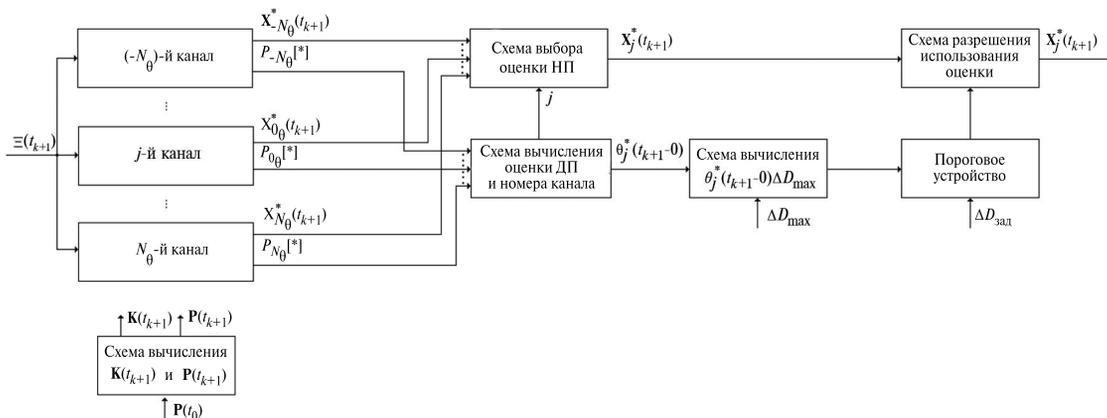


Рис. 1. Схема обработки информации.

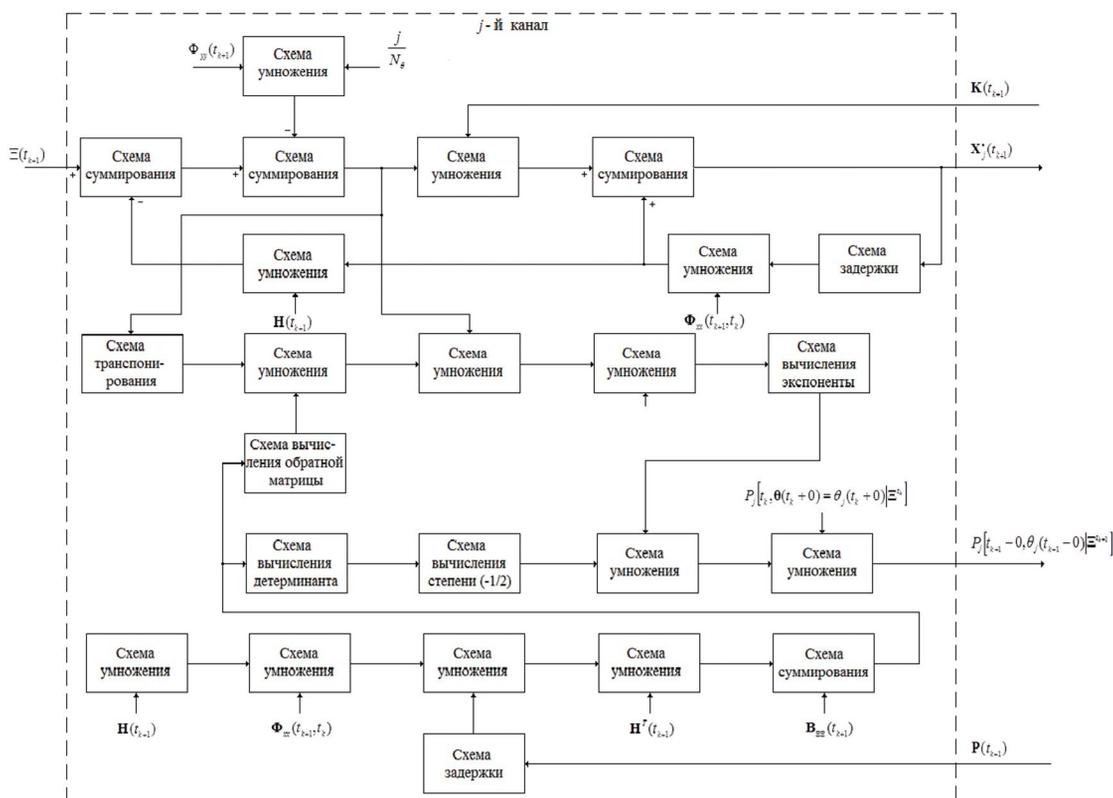


Рис. 2. Схема j -го канала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методами марковской теории оптимального оценивания случайных процессов синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки сигналов на выходе ССОП в аппаратуре приема сигналов СРНС в режиме слежения. На основе синтезированных алгоритмов разработана структурная схема обработки информации, позволяющая совместно с решением задачи оценивания псевдодальности также выявлять аномальные измерения псевдодальности до навигационного космического аппарата.

Авторы работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике М.: Сов. радио, 1980.
2. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
3. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
4. Харисов В.Н., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998.
5. Гришин Ю.П., Ипатов В.П., Казаринов Ю.М., и др. Радиотехнические системы/Под ред. Ю.М.Казаринова. М.: Высш. школа, 1990.
6. Иванов А.В., Шишкин В.Ю., Бойков Д.В. и др. // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 760.
7. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
8. Иванов А.В. Обработка многомерных сигналов. Нелинейная многомерная обработка сигналов спутниковых радионавигационных систем в комплексах самолетовождения. М.: Радиотехника, 2012.
9. Ярлыков М.С., Пригонюк Н.Д. // Радиотехника. 2001. № 1. С. 30.
10. Ярлыкова С.М. // Радиотехника. 2003. № 7. С. 8.
11. Тихонов В.И., Харисов В.Н., Смирнов В.А. // РЭ. 1978. Т.23. № 7. С. 1442.
12. Стратонович Р.Л. // Теория вероятностей и ее применение. 1960. Т.5. Вып. 2. С. 172.

DETERMINATION OF ANOMALIC MEASUREMENTS OF PSEUDO-RANGE TO A NAVIGATION SPACE VEHICLE IN EQUIPMENT FOR RECEIVING SIGNALS OF A SATELLITE RADIONAVIGATION SYSTEM

A. V. Ivanov*, S. P. Moskvitin, A. A. Ivanov, N. A. Lezhneva

*Tambov State Technical University,
Leningradskaya str., 1, Tambov, 392000 Russia
E-mail: aleksandr-ivanov68@yandex.ru

Received February 21, 2024, revised February 21, 2024, accepted February 27, 2024

For equipment for receiving signals from a satellite radio navigation system, using the Markov theory of estimating random processes, optimal and quasi-optimal algorithms for processing information at the output of the tracking system for determining the pseudo-range to a navigation spacecraft have been synthesized. The novelty of the developed algorithms is the ability to detect anomalous pseudo-range measurements occurring at the output of the tracking system. Based on the synthesized algorithms, a block diagram has been developed that makes it possible to determine anomalous pseudorange measurements.

Keywords: navigation system, equipment for receiving signals from a satellite radio navigation system, pseudo-range, anomalous measurement, Markov theory of estimation of random processes