

## ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТРОЛИРУЕМОЙ МНОГОЛУЧЕВОЙ СРЕДЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН<sup>1</sup>

© 2024 г. А. И. Сулимов\*, А. А. Галиев, Р. Р. Латыпов, О. Н. Шерстюков, А. Д. Смоляков, Р. Ф. Халиуллин, А. В. Карпов

Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
ул. Кремлевская, 18, Казань, 420018 Российская Федерация

\*E-mail: asulimo@gmail.com

Поступила в редакцию 29.06.2023 г.

После доработки 17.07.2023 г.

Принята к публикации 03.08.2023 г.

Предложена методика физического моделирования контролируемой многолучевой среды распространения радиоволн с помощью комплекса портативных программно-конфигурируемых радиоплатформ. Представлены результаты экспериментального исследования сходимости регистрируемого многолучевого радиосигнала к гауссовскому случайному процессу по мере повышения количества парциальных лучей с независимыми доплеровскими спектрами. Показано, что даже при семи парциальных лучах в регистрируемом радиосигнале известные статистические критерии отвергают гипотезу о гауссовском случайном процессе. Получено экспериментальное подтверждение независимости корреляционных характеристик сигнала от числа лучей в случае равенства их дисперсий. Продемонстрировано соответствие полученных экспериментальных данных известным теоретическим моделям.

*Ключевые слова:* многолучевой канал, быстрые замирания, случайный процесс, вероятностная модель, статистический анализ, программно-определяемое радио, синхронизация

DOI: 10.31857/S0033849424060097, EDN: IJHNWW

### ВВЕДЕНИЕ

Распространение радиосигнала в многолучевых средах сопряжено с процессами рассеяния радиоволн на ансамбле случайных рассеивающих объектов, окружающих устройства связи [1, 2]. К таким средам относятся не только городская застройка [3], но и, во многих случаях, сельская местность, лесистые массивы и даже открытые пространства с холмистым рельефом [4]. Возникающий при приеме сигнала многолучевой эффект оказывает значительное влияние на характеристики канала в беспроводных системах связи [1, 4–7]. Известно [3, 5, 8, 9], что в условиях многолучевого федингования амплитуда, фаза и временные задержки принимаемого сигнала описываются распределениями вероятностей. Вследствие случайной изменчивости параметров сигнала, многолучевой эффект традиционно рассматривается исключительно с негативной точки зрения. Тем не менее, в последние десятилетия этому явлению находят новые способы конструктивного применения, в частности — для порождения в двух заданных пунктах связи,  $A$  и  $B$ ,

идентичных случайных последовательностей, например, с целью защиты информации [10–15].

В рамках многолучевой генерации случайных последовательностей [10–12] пункты  $A$  и  $B$ , разнесенные в пространстве на расстояние  $r_{AB} \gg \lambda$ , зондируют случайный канал связи во встречных направлениях. На приемной стороне стохастическая модуляция сигнала, индуцируемая взаимодействием радиоволн с элементами среды распространения [16], детектируется и оцифровывается, посредством чего в пунктах  $A$  и  $B$  формируются экземпляры  $K_A$  и  $K_B$  случайной последовательности. В силу взаимности канала, после исправления битовых ошибок пункты вырабатывают общую случайную последовательность  $K$ , которую в дальнейшем используют, например, в протоколах информационной безопасности [17–19]. Анализ статистических характеристик [20, 21], вероятности возникновения ошибочных битов [22, 23], а также безопасности системы и угрозы утечки генерируемых случайных последовательностей [24–33] основываются на вероятностной модели сигнала. Вследствие этого к ее обоснованию предъявляются особые требования.

Необходимость введения вероятностной модели принимаемого сигнала возникает не только при генерации случайных последовательностей, но и при решении классических задач радиосвязи.

<sup>1</sup>Работа была доложена на XXVIII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн» (23–26 мая 2023 г., Йошкар-Ола).

Распределение глубины и длительности интервалов замираний канала напрямую определяет пропускную способность системы связи [6, 7, 34].

В настоящее время общепринятой является модель гауссовского узкополосного случайного процесса [3, 5, 35, 36]. Справедливость данной модели, как правило, обосновывается [2, 16] центральной предельной теоремой теории вероятностей, в соответствии с которой при неограниченном увеличении числа равных по дисперсии парциальных лучей распределение их композиции сходится к нормальному процессу независимо от законов распределения лучей.

Существенным является вопрос о скорости сходимости многолучевого сигнала к гауссовскому процессу, который все еще остается открытым. В известных литературных источниках данный вопрос освещается слабо, а фигурирующие оценки имеют значительный разброс. В частности, известные экспериментальные исследования [3, 4] свидетельствуют об удовлетворительной сходимости к гауссовскому процессу при  $n = 6$  и более лучах. При этом теоретические исследования указывают несколько более высокие значения: в [5] утверждается, что для удовлетворительной сходимости требуется не менее  $n = 7$ , а в [34] — не менее  $n = 10$  парциальных лучей. Как следствие, применимость модели гауссовского процесса к средам распространения сигнала с малым количеством лучей требует дополнительного обоснования. Таким образом, оценка скорости сходимости многолучевого сигнала к гауссовскому процессу представляет собой актуальную проблему, имеющую как теоретическую, так и практическую значимость.

Значительным является и тот факт, что в реальных средах истинное количество лучей достоверно неизвестно и подвержено случайным вариациям во времени и пространстве [3]. Известны различные статистические методы оценки количества парциальных лучей [37–39], в том числе основанные на оптимальной фильтрации [40] и прецизионных геометрических измерениях [41, 42].

Общим недостатком указанных методов является зависимость обеспечиваемой точности от длины радиолинии, так как для уверенного разрешения компонентов импульсной характеристики канала требуется достаточное их разнесение во временной области. В то же время при малой дальности связи разрешение многолучевой структуры сигнала является проблематичным. Например, в условиях закрытого помещения для уверенного разрешения многолучевых компонент сигнала требуется широкополосное зондирование с шириной спектра 100...600 МГц в сочетании со сложными фазированными антенными решетками [43]. В таких условиях адекватная оценка применимости модели гауссовского процесса оказывается особенно затруднительной.

Чтобы обойти указанные затруднения, в рамках данного исследования был применен обратный подход. Вместо проверки соответствия заданной среде предполагаемой вероятностной модели, было принято решение физически сформировать многолучевую среду с требуемыми свойствами, после чего оценить соответствие вероятностной модели созданной среде.

Целью данной работы является создание физической модели контролируемой многолучевой среды для оценки скорости сходимости регистрируемого радиосигнала к гауссовскому случайному процессу.

## 1. ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЛУЧЕВОГО РАДИОСИГНАЛА

Существует несколько подходов к выводу аналитических выражений для плотности вероятности параметров многолучевого сигнала. В данной работе использован метод характеристических функций [5]. Предположим, что регистрируемый радиосигнал может быть описан моделью комплексного узкополосного процесса:

$$\tilde{S}(t) = A(t) \exp(j(2\pi f_0 t + \varphi(t))), \quad (1)$$

где огибающая  $A(t)$  и фаза  $\varphi(t)$  также являются случайными процессами, медленно изменяющимися на масштабах периода колебаний  $1/f_0$  несущей частоты  $f_0$ . Предположение узкополосности выполняется для большинства реальных сред, так как в настоящее время  $f_0 \sim 10^5 \dots 10^{10}$  Гц, а уширение доплеровского спектра при распространении сигнала редко превосходит нескольких килогерц.

Из (1) непосредственно следует, что формирующие сигнал парциальные лучи также являются узкополосными процессами, на основании чего справедливым является представление

$$\tilde{S}(t) = \sum_{i=1}^{n(t)} \tilde{S}_i(t) = \sum_{i=1}^{n(t)} A_i(t) \exp\{j(2\pi f_0 t + \varphi_i(t))\}, \quad (2)$$

где текущее количество лучей  $n(t)$ , строго говоря, является случайным процессом, обычно подчиняющимся распределению Пуассона [3]. Для упрощения дальнейшего анализа будем полагать, что  $n(t) = n = \text{const}$ . Выделив в явном виде квадратуры сигнала

$$\begin{aligned} \tilde{S}(t) &= A_C(t) + jA_S(t) = \\ &= \sum_{i=1}^n A_i(t) \{ \cos(2\pi f_0 t + \varphi_i(t)) + j \sin(2\pi f_0 t + \varphi_i(t)) \}, \end{aligned} \quad (3)$$

при дальнейшем анализе можем независимо рассматривать плотности вероятности косинусной  $w_C(x_C, t)$  и синусной  $w_S(x_S, t)$  квадратур. Аналогичные рассуждения справедливы и в отношении квадратур парциальных лучей сигнала

$$\tilde{S}_i(t) = A_{i,C}(t) + jA_{i,S}(t), \quad (1 \leq i \leq n).$$

Пусть известны плотности вероятности  $w_{i,\{C,S\}}(x,t)$  квадратур всех  $n$  парциальных лучей, формирующих сигнал. Введем для указанных распределений характеристические функции

$$\begin{aligned} \theta_{i,\{C,S\}}(V,t) &= E[\exp(jxV)] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jzV) w_{i,\{C,S\}}(z,t) dz, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $E[x]$  — оператор статистического усреднения. Предполагая статистическую независимость лучей, запишем характеристическую функцию квадратур многолучевого сигнала

$$\theta_{\{C,S\}}(V,t) = \prod_{i=1}^n \theta_{i,\{C,S\}}(V,t). \quad (5)$$

Искомая плотность вероятности квадратур суммарного сигнала определяется обратным фурье-преобразованием (5):

$$w_{\{C,S\}}(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta_{\{C,S\}}(V,t) \exp(-jxV) dV. \quad (6)$$

Выражение (6) является формальным решением задачи о вероятностной модели многолучевого сигнала.

Вычислим моментные характеристики сигнала. Из выражений (1)–(3) несложно получить эргодические среднее и дисперсию:

$$\begin{aligned} \langle A_C(t) \rangle &= \langle A_S(t) \rangle = \langle \tilde{S}(t) \rangle = 0, \\ \langle A_C^2(t) \rangle &= \langle A_S^2(t) \rangle = \frac{\langle A^2(t) \rangle}{2} = \sigma_Q^2. \end{aligned}$$

Аналогично, для парциальных лучей имеем

$$\langle \tilde{S}_i(t) \rangle = 0, \quad \langle \left| \tilde{S}_i(t) \right|^2 \rangle = \langle A_i^2(t) \rangle, \quad (1 \leq i \leq n).$$

Далее учтем, что в стохастической среде нет оснований отдавать предпочтение какому-либо из лучей, поэтому следует предположить равное распределение мощности сигнала между всеми лучами:

$$\langle \left| \tilde{S}_i^2(t) \right| \rangle = 2\sigma_Q^2 / n.$$

Для композиции лучей с нулевыми математическими ожиданиями и равными дисперсиями должна выполняться центральная предельная теорема [35, 45]. На основании этого можно постулировать следующие предельные равенства:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \theta_{\{C,S\}}(V,t) &= \exp\left(-\frac{\sigma_Q^2 V^2}{2}\right); \\ \lim_{n \rightarrow \infty} w_{\{C,S\}}(x,t) &= \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_Q^2}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

математически формулирующие предельную сходимость к гауссовскому процессу.

Для оценки скорости сходимости сигнала  $\tilde{S}(t)$  к гауссовскому процессу требуется конкретизировать вероятностную модель парциальных лучей. Однако определение законов распределения лучей сопряжено со сложностью сбора соответствующей экспериментальной статистики. Авторы большинства работ [1, 3–5] склоняются к модели логнормального распределения амплитуды лучей, что приводит к описанию многолучевого сигнала процессом Сузуки [5, 46]. Для упрощения анализа в [5] рассматривалась многолучевая среда без эффекта медленных замираний, что предопределило модель парциальных лучей в виде квазигармонических процессов с постоянной амплитудой и равномерно распределенной на  $\varphi_i \in [-\pi; \pi]$  случайной фазой:

$$\tilde{S}_i(t) = \frac{\sigma_Q}{\sqrt{n}} \left\{ \cos(2\pi f_0 t + \varphi_i(t)) + j \sin(2\pi f_0 t + \varphi_i(t)) \right\}. \quad (8)$$

Из представления (8) непосредственно следует [5], что

$$w_{i,\{C,S\}}(x,t) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\sigma_Q^2}{n} - x^2 \right)^{-1/2}. \quad (9)$$

Численные расчеты, выполненные в [5] путем подстановки плотности вероятности (9) в формулы (4)–(6), показали, что при  $n \geq 7$  достигается удовлетворительная сходимость сигнала  $\tilde{S}(t)$  к гауссовскому процессу.

Для полного определения вероятностной модели сигнала требуется также задать автокорреляционную функцию (АКФ). С учетом вычисленных ранее моментных характеристик, АКФ многолучевого сигнала может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{E[\tilde{S}(t)\tilde{S}^*(t+\tau)]}{\sqrt{E[\tilde{S}(t)\tilde{S}^*(t)]E[\tilde{S}(t+\tau)\tilde{S}^*(t+\tau)]}} = \\ &= \frac{E[A_C(t)A_C(t+\tau)]}{\sigma_Q^2} = \frac{E[A_S(t)A_S(t+\tau)]}{\sigma_Q^2} = R_I(\tau) \end{aligned} \quad (10)$$

где “\*” означает операцию комплексного сопряжения,  $R_I(\tau)$  — АКФ квадратуры сигнала. Выразим АКФ суммарного сигнала через характеристики корреляции парциальных лучей.

Сначала рассмотрим простейшую модель суперпозиции двух независимых центрированных случайных процессов  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$ , стационарных хотя бы в широком смысле:

$$\xi(t) = \xi_1(t) + \xi_2(t). \quad (11)$$

Несложно показать, что АКФ суммарного процесса  $\xi(t)$  вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} R_\xi(\tau) &= \frac{E[\xi(t)\xi^*(t+\tau)]}{\sqrt{E[\xi(t)\xi^*(t)]E[\xi(t+\tau)\xi^*(t+\tau)]}} = \\ &= \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} R_1(\tau) + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} R_2(\tau), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\sigma_1^2 = D[\xi_1(t)]$ ,  $\sigma_2^2 = D[\xi_2(t)]$ ,  $R_1(\tau)$  — АКФ случайной компоненты  $\xi_1(t)$ ,  $R_2(\tau)$  — АКФ случайной компоненты  $\xi_2(t)$ ,  $D[x]$  — оператор дисперсии. Формула (12) показывает, что АКФ суммарного процесса  $\xi(t)$  определяется энергетическим вкладом каждой из компонент.

Путем математической индукции формула (12) легко обобщается на случай  $n$ -компонентной смеси многолучевого сигнала:

$$R(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 R_i(\tau)}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}, \quad (13)$$

где  $\sigma_i^2$  — дисперсия (мощность флуктуаций) в  $i$ -м парциальном луче,  $R_i(\tau)$  — АКФ флуктуаций в  $i$ -м парциальном луче. Формула (13) легко обобщается на случай присутствия в сигнале неслучайной компоненты (например, луча прямой видимости):

$$R(\tau) = \frac{\sigma_0^2 R_0(\tau)}{\sigma_0^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 R_i(\tau)}{\sigma_0^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2}, \quad (14)$$

где  $\sigma_0^2 = \frac{\langle A_0^2 \rangle}{2}$  — мощность колебаний,  $A_0$  — амплитуда колебаний, а  $R_0(\tau)$  — АКФ детерминированного луча. Величина  $\sigma_Q^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$  имеет смысл дисперсии квадратур. В литературе также вводится в рассмотрение коэффициент Райса

$$k_R = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_Q^2} = \frac{A_0^2}{2\sigma_Q^2},$$

характеризующий вклад неслучайной компоненты в многолучевой сигнал. В частности, при  $k_R = 0$  сигнал  $\tilde{S}(t)$  содержит лишь хаотические флуктуации.

В новых обозначениях соотношение (14) принимает вид

$$R(\tau) = \frac{k_R}{k_R + 1} R_0(\tau) + \frac{1}{k_R + 1} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2 R_i(\tau)}{\sigma_Q^2}. \quad (15)$$

Если далее предположить, что все лучи являются статистически равноценными и обладают равными дисперсиями, то формула (15) принимает особенно простой вид

$$R(\tau) = \frac{k_R}{k_R + 1} R_0(\tau) + \frac{1}{k_R + 1} R_1(\tau). \quad (16)$$

Из (16) следует, что АКФ многолучевого сигнала, сформированного наложением статистически независимых лучей с равными дисперсиями, не зависит от количества лучей  $n$ .

## 2. МЕТОДИКА ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОЛУЧЕВОЙ СРЕДЫ

Методика физического моделирования многолучевой среды схематично иллюстрируется рис. 1. В заданном тестовом помещении (либо в условиях открытой местности) устанавливаются приемопередатчики  $A$  и  $B$  с идентичными техническими характеристиками. Для определенности, пусть устройство  $A$  является передатчиком, а устройство  $B$  — приемником. Для синтеза многолучевой среды дополнительно размещается массив  $(n - 1)$  аппаратных имитаторов рассеивателей  $\{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}\}$ , каждый из которых представляет собой миниатюрный передатчик с антенной.

На аппаратном уровне система имитаторов  $\{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}\}$  может являться гетерогенной, однако их сигналы должны быть идентичными сигналу передатчика  $A$ . Вторым обязательным условием является когерентность (синхронность по фазе) сигналов устройства  $A$  и имитаторов  $\{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}\}$ , что достигается синхронизацией устройств от единого стандарта частоты. Элементы установки должны соединяться экранированными кабелями.

Часть имитаторов может находиться в пассивном режиме и активироваться по мере необходимости. Для имитации статистически неоднородной среды в системе имитаторов может задаваться необходимое распределение мощности сигналов  $\{P_1, P_2, \dots, P_{n-1}\}$ . Для эмуляции динамического поведения среды сигналы имитаторов могут подвергаться произвольной квадратурной амплитудной модуляции  $\{A_i(t) \cdot \exp[j\phi_i(t)]\}_n$ ,  $\{1 \leq i \leq n\}$ , что позволяет имитировать как эффект перемещения рассеивателей в пространстве, так и вариацию коэффициентов рассеяния. В частности, для моделирования канала Райса достаточно зафиксировать на одном из имитаторов амплитуду и фазу сигнала:  $A_i(t) = \text{const}$ ,  $\phi_i(t) = \text{const}$ .

Все приемопередающие устройства могут быть реализованы на базе программно-определяемых радиоплатформ (ПОР) и программироваться с единого управляющего компьютера ПК по протоколу локальной компьютерной сети Ethernet.

Описанная методика моделирования позволяет относительно простыми техническими средствами воспроизводить многолучевые среды с разнообразными физическими свойствами. Некоторые погрешности могут вноситься переотражениями сигнала от окружающих объектов и элементов установки. Для минимизации данного эффекта рекомендуется развертывание установки в безэховой камере либо на открытой площадке при большой высоте подвеса антенн. При реализации установки в замкнутом помещении нежелательные переотражения сигнала неизбежны, однако их мощность

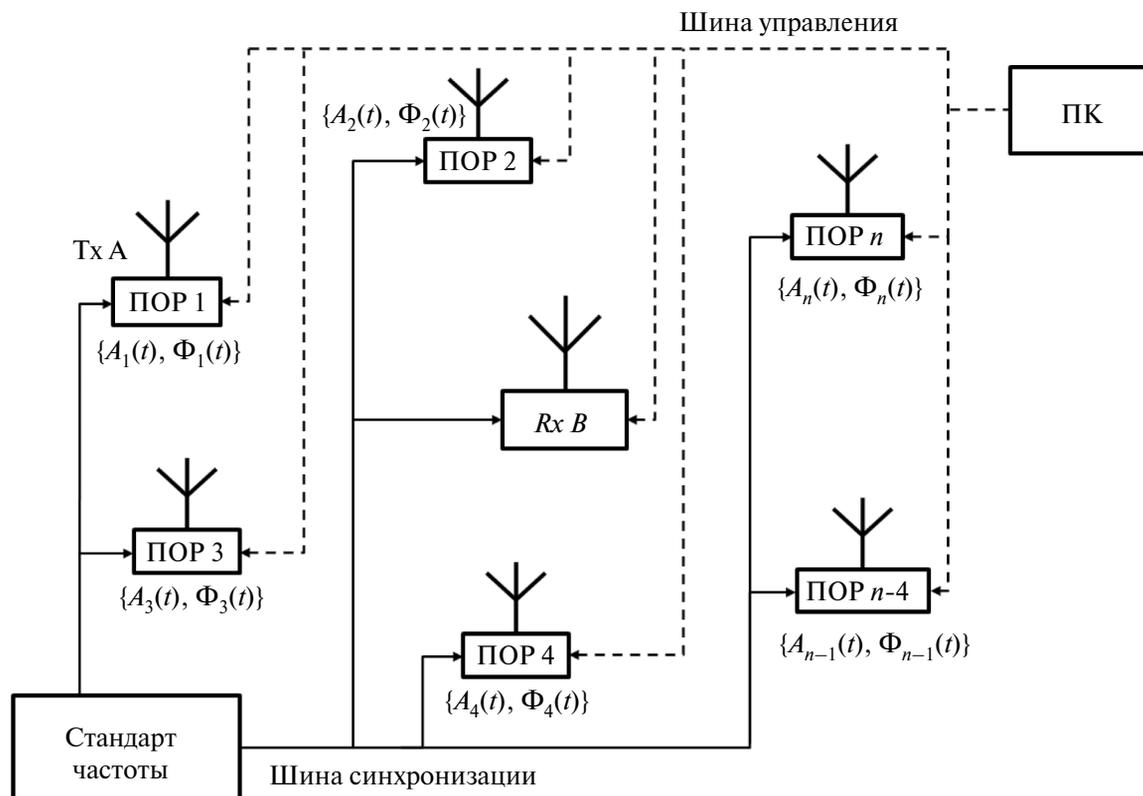


Рис. 1. Схематичный план установки для физического моделирования контролируемой многолучевой среды.

в среднем на 10...13 дБ ниже мощности сигнала антенны  $A$  [3], что во многих случаях может считаться незначительным.

Даже в условиях существования дополнительных переотражений в среднем сохраняется соотношение количества парциальных волн при активации различного числа  $n$  имитаторов рассеивателей. Последнее, в частности, позволяет исследовать сходимость принимаемого сигнала к гауссовскому процессу.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

В проведенных экспериментах основной задачей являлось воссоздание хаотичного многолучевого канала связи согласно модели Джейкса, использованной в [5] при оценке сходимости сигнала к гауссовскому процессу. С учетом полученной в [5] теоретической оценки, количество аппаратных имитаторов рассеивателей было ограничено величиной  $(n - 1) = 6$  (помимо парциального луча от передатчика  $A$ ).

Физическая модель многолучевой среды реализовывалась в условиях лабораторного помещения размерами  $18 \text{ м} \times 8 \text{ м}$ . Пункты  $A$  и  $B$  были выполнены на базе программно-конфигурируемых радиоплатформ Ettus Research USRP N210, размещенных на расстоянии 12 м. Массив из  $(n - 1) = 6$  имитаторов рассеивателей  $\{S_1, S_2, \dots, S_6\}$ , реализованных на базе ПОР Adalm Pluto+, равномерно распределялся

в пределах лабораторного помещения с целью обеспечения наибольшей пространственной дисперсии. Расстояния излучающих антенн до точки приема  $B$  составляли  $\{2.5; 3.1; 4.3; 7.1; 7.4; 12.0; 12.3\}$  м. Все ПОР-устройства были укомплектованы штыревыми антеннами диапазона GSM 900/1800.

Синхронизация передатчика, приемника и имитаторов рассеивателей осуществлялась по коаксиальному кабелю от рубидиевого стандарта частоты Pendulum Instruments GPS-12RG, оснащенного шестью когерентными выходами синхросигналов частотой 10 МГц. В качестве пункта управления установкой (ПК на рис. 1) использовался ноутбук со специализированным программным обеспечением, разработанным в свободно распространяемой среде GNU Radio. Распределение управляющих сигналов по сети ПОР-устройств осуществлялось с помощью 10-портового сетевого коммутатора DES-1010D.

Устройствами  $A$  и  $\{S_1, S_2, \dots, S_6\}$  излучались когерентные радиосигналы на несущей частоте 900 МГц мощностью 10 мВт. На приемной стороне (в устройстве  $B$ ) с частотой дискретизации 10 кГц осуществлялась запись выборки отсчетов  $I$ - и  $Q$ -квадратур сигнала. Длительность накопления каждой выборки составляла  $T = 300$  с.

Для удовлетворения условиям центральной предельной теоремы перед проведением эксперимента мощности всех семи излучающих антенн

выравнивались. Для этого поочередно активировалась каждая из передающих антенн и по показаниям спектроанализатора в точке *B* подстраивалась мощность передатчика соответствующей ПОР. Для имитации случайной изменчивости канала, обусловленной, например, перемещением сторонних объектов или устройств связи, излучаемые радиосигналы модулировались по фазе броуновским процессом. Физическое перемещение антенн было исключено с целью сохранения достигнутого ранее равенства мощностей всех парциальных лучей в точке приема *B*.

Каждой антенне приписывался уникальный закон фазовой модуляции  $\Phi_i(t)$ , статистически независимый от законов модуляции других антенн:

$$\Phi_i(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{x_i^2(t) + y_i^2(t)}, \quad (17)$$

где  $\lambda \sim 33$  см — длина волны несущей частоты  $f_0$ ,

вектор  $\{x_i(t), y_i(t)\} \sim N_2 \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma^2 t & 0 \\ 0 & \sigma^2 t \end{bmatrix} \right)$  — *i*-я реализация двумерного винеровского процесса с коэффициентом диффузии  $\sigma^2$ .

Путем изменения параметра  $\sigma^2$  варьировалась скорость статистической динамики эмулируемой многолучевой среды. Для достижения равномерности распределения фазы лучей коэффициент диффузии задавался исходя из условия

$$\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\sigma^2 T} \gg \frac{\pi}{\sqrt{3}}. \quad (18)$$

В экспериментах рассматривалось два значения коэффициента диффузии, удовлетворявших условию (18):  $\sigma^2 = 8$  м<sup>2</sup>/с и  $\sigma^2 = 16$  м<sup>2</sup>/с.

Для имитации более сложных процессов, таких как коллективные движения рассеивателей, может предусматриваться статистическая зависимость законов модуляции имитаторов.

Необходимо отметить, что в прикладных задачах, связанных с анализом и использованием многолучевых радиосигналов, наличие статистически связанных компонент является распространенной ситуацией. Предлагаемая методика и экспериментальная установка по физическому моделированию среды позволяет исследовать не только статистически независимые компоненты многолучевого сигнала, но и компоненты с заданной модельной взаимной корреляционной функцией.

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

### 4.1. Случайные вариации параметров многолучевого сигнала

В ходе серии экспериментов количество активных антенн, формировавших парциальные лучи в точке приема *B*, постепенно повышалось от

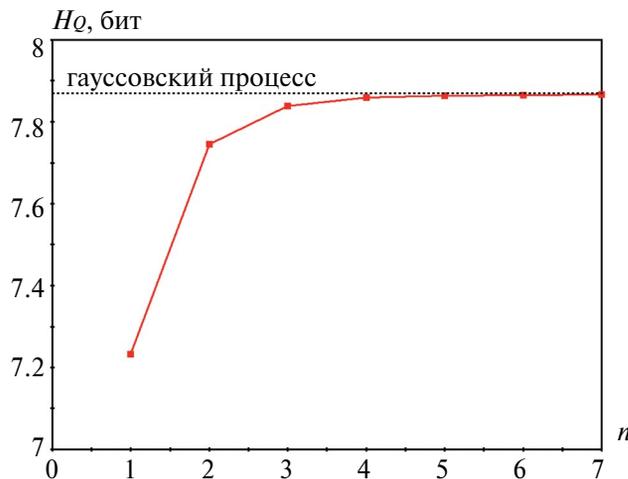


Рис. 2. Зависимость энтропии квадратур сигнала от числа парциальных лучей.

$n = 1$  до  $n = 7$ . Все лучи имели равные мощности  $P = 10$  мВт, постоянные во времени амплитуды и независимые законы случайной фазовой модуляции  $\Phi_i(t)$ ,  $1 \leq i \leq 7$ , сгенерированные в соответствии с реализациями винеровского процесса  $\{x_i(t), y_i(t)\}$ . При каждом значении  $n$  в точке *B* накапливалась выборка отсчетов  $\{x_i, x_Q\}$  *I*- и *Q*-квadrатур сигнала объемом  $3 \times 10^6$ . На основании этих данных были вычислены выборки соответственно огибающей и фазы радиосигнала, регистрируемого в точке *B*:

$$A = \sqrt{x_I^2 + x_Q^2},$$

$$\varphi = \text{arctg}(x_Q / x_I).$$

Фрагменты экспериментальных записей вариации основных параметров радиосигнала, полученных при коэффициенте диффузии рассеивателей  $\sigma^2 = 8$  м<sup>2</sup>/с (относительно приемника *B*), представлены в табл. 1. В случае  $n = 1$  сигнал излучался только передатчиком *A*, в случае  $n > 1$ , помимо передатчика *A*, активировалось ровно  $(n - 1)$  имитаторов рассеивателей.

Из табл. 1 видно, что в отсутствие многолучевого фединга (при  $n = 1$ ), амплитуда сигнала оставалась постоянной и испытывала лишь шумовые флуктуации. При этом фаза сигнала описывалась уравнением (17). Начиная с  $n = 2$  возникал эффект федингования сигнала. По мере увеличения количества лучей медианная амплитуда возрастала примерно по закону  $\langle A \rangle \sim \sqrt{n} \langle A_1 \rangle$ . Помимо этого наблюдалось усложнение стохастической структуры замираний, что также подтверждается эмпирическими оценками энтропии квадратур  $H_Q$ , представленными на рис. 2.

При построении зависимости  $H_Q(n)$  из выборочных оценок энтропии вычитался член  $\log_2 \sqrt{n}$ , учитывавший увеличение дисперсии квадратур за счет роста мощности сигнала. Из рис. 2 видно, что

Таблица 1. Экспериментальные записи вариаций многолучевого сигнала

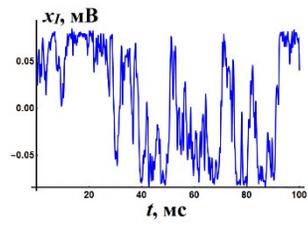
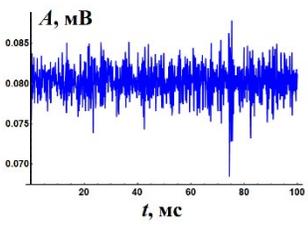
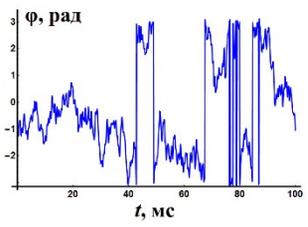
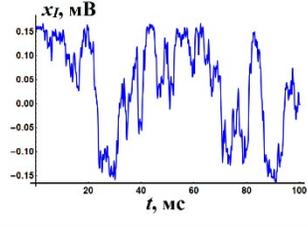
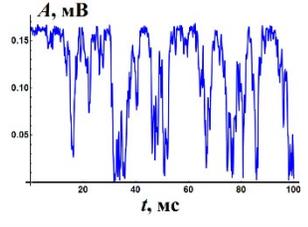
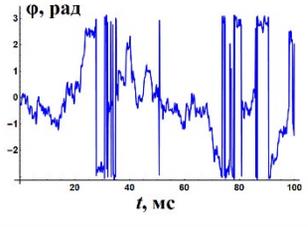
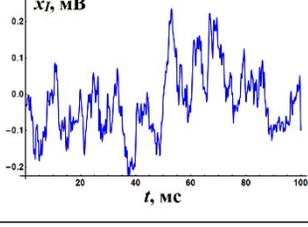
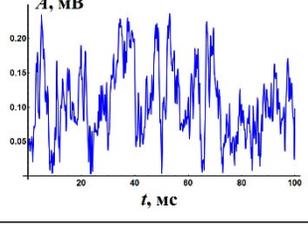
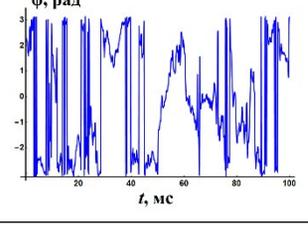
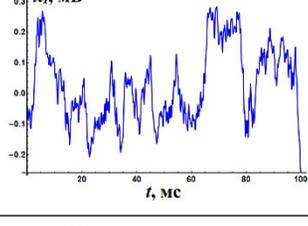
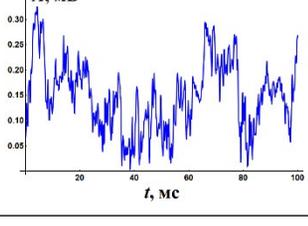
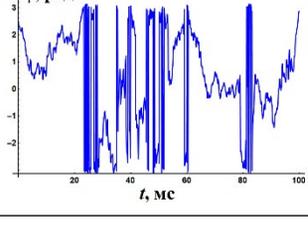
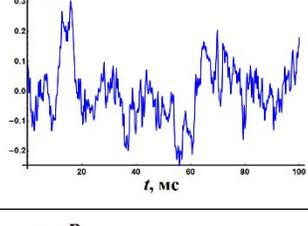
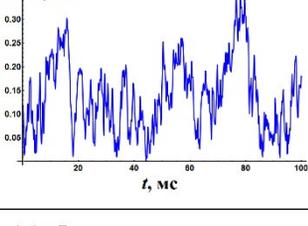
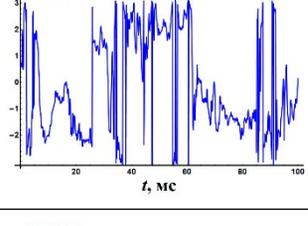
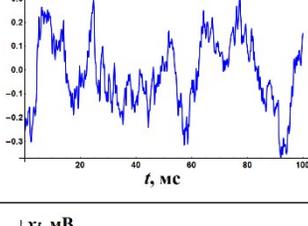
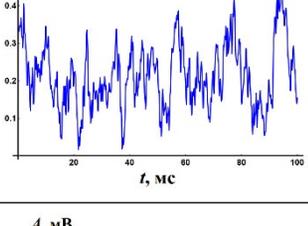
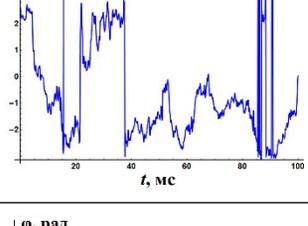
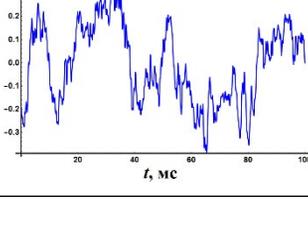
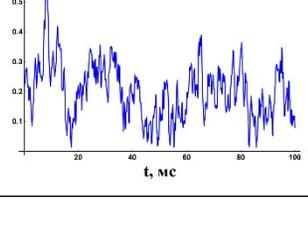
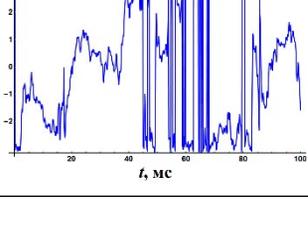
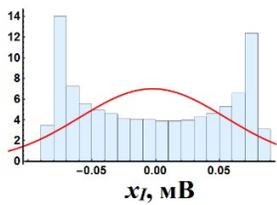
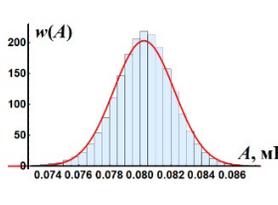
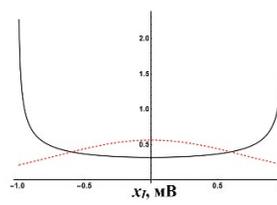
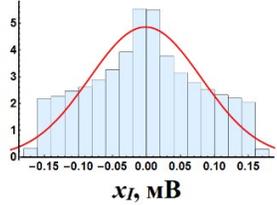
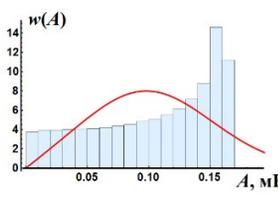
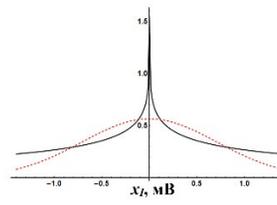
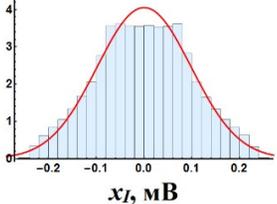
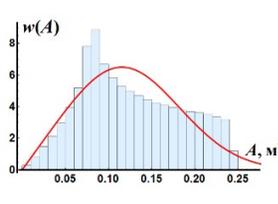
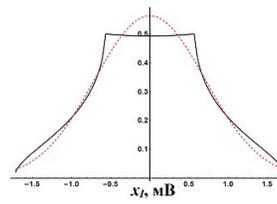
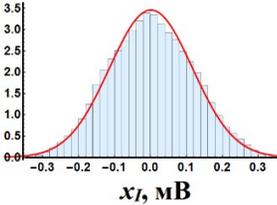
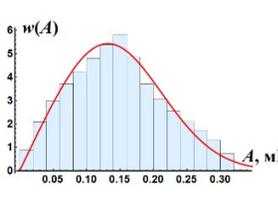
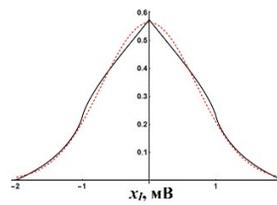
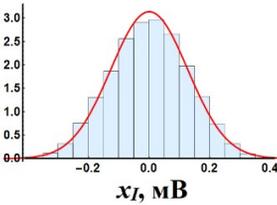
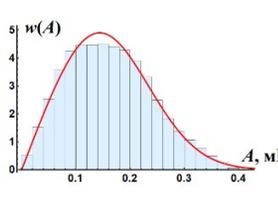
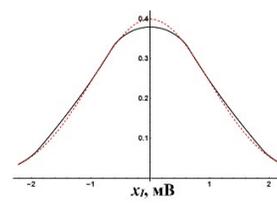
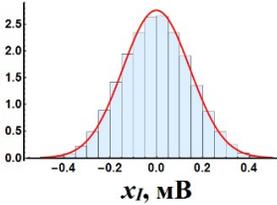
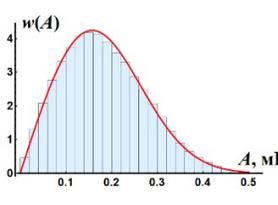
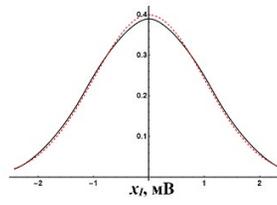
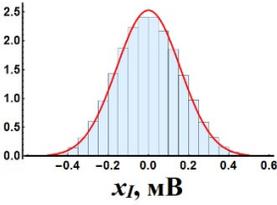
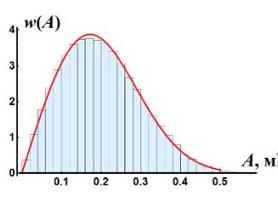
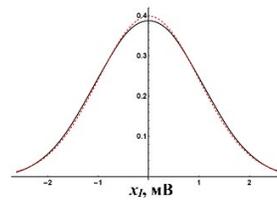
$n$	$x_i(t)$ , мВ	$A(t)$ , мВ	$\varphi(t)$ , рад
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Таблица 2. Эмпирические законы распределения параметров сигнала

$n$	$x_I(t)$ , мВ	$A(t)$ , мВ	$x_I(t)$ , мВ (теоретический расчет)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Примечания: сплошные кривые — гипотетические законы распределения соответствующих параметров: нормальное распределение для квадратуры, распределение Рэлея — для огибающей, пунктир — теоретические кривые плотности вероятности нормального распределения с дисперсией  $\sigma_0^2$ .

**Таблица 3.** Результаты проверки статистической гипотезы о нормальном распределении квадратур сигнала в среде Wolfram Mathematica

Статистический тест	Статистика теста	<i>P</i> -уровень значимости
Андерсона–Дарлинга	13.320	$6.59 \times 10^{-11}$
Барингхауза–Хенце	14.202	$1.98 \times 10^{-11}$
Крамера–Мизеса	1.963	0
Харке–Бера (скорректированный)	144.638	0
Мардиа (комбинированный)	144.638	0
Мардиа (по эксцессу)	−10.982	$4.68 \times 10^{-28}$
Мардиа (по асимметрии)	24.113	$9.08 \times 10^{-7}$
Хи-квадрат Пирсона	290.960	$1.33 \times 10^{-26}$

с ростом числа лучей  $n$  приведенная энтропия квадратур асимптотически стремилась к теоретическому максимуму  $\log_2 \sqrt{2\pi e \sigma_1^2}$ , соответствующему энтропии гауссовского процесса. Величина  $\sigma_1^2 \sim P$  пропорциональна мощности одного излучателя.

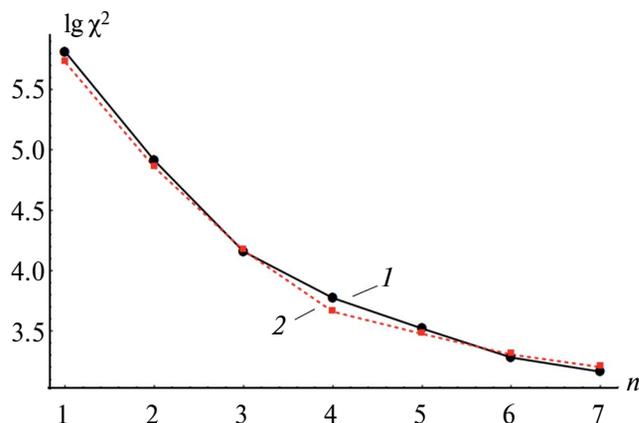
#### 4.2. Вероятностные свойства параметров сигнала

В табл. 2 представлены эмпирические гистограммы  $I$ -квадратуры  $x_I$  и огибающей  $A$  принятого сигнала, полученные после статистической обработки измерений. Выборочная оценка параметров гипотетических распределений осуществлялась по методу максимального правдоподобия с помощью процедуры EstimatedDistribution пакета программ Wolfram Mathematica 11.2.

Гистограммы фазы при любых значениях  $n$  были близки к равномерному распределению на отрезке  $\varphi \in [-\pi; \pi]$  и ввиду их малой информативности в табл. 2 не представлены. Вместо гистограмм фазы приведены теоретические кривые плотности вероятности квадратур, построенные путем численных расчетов по формулам (4)–(6) с учетом арксинусного закона распределения квадратур лучей (9).

Из табл. 2 видно, что между эмпирическими гистограммами и теоретическими кривыми плотности вероятности квадратур наблюдается хорошее соответствие. Что касается распределения огибающей при  $n = 1$ , то оно обуславливалось каналным шумом и было близким к распределению Рэля с низкой дисперсией. По мере повышения числа  $n$  активных антенн наблюдалась постепенная сходимость регистрируемого сигнала к гауссовскому процессу, однако даже для теоретических кривых при максимальном количестве лучей  $n = 7$  удовлетворительного соответствия не достигалось.

Для более объективной оценки близости сигнала к гауссовскому процессу была выполнена проверка статистической гипотезы о нормальном законе распределения квадратур. Тестирование выборки квадратур проводилось в среде Wolfram Mathematica 11.2 с помощью процедуры DistributionFitTest.



**Рис. 3.** Статистика критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы о нормальном законе распределения квадратур сигнала:  $\sigma^2 = 8 \text{ м}^2/\text{с}$  (1) и  $16 \text{ м}^2/\text{с}$  (2).

Результаты тестирования при  $n = 7$  по нескольким распространенным статистическим критериям представлены в табл. 3. Согласно результатам тестирования, гипотеза о нормальном распределении не отвергается лишь при ничтожно низком уровне значимости, что фактически соответствует несостоятельности данной гипотезы.

На рис. 3 представлены результаты расчета статистики хи-квадрат критерия Пирсона для гипотезы о нормальном распределении квадратур при различном числе активных антенн. Графики построены в логарифмическом масштабе по оси ординат. Для заданного объема выборки  $3 \times 10^6$  процедурой PearsonChiSquareTest среды Wolfram Mathematica 11.2 рекомендовано использовать 380 степеней свободы.

По мере повышения количества парциальных лучей  $n$  значение статистики хи-квадрат уменьшалось с  $\chi^2 = 649041$  при  $n = 1$  до  $\chi^2 = 1459$  при  $n = 7$ . Указанные значения, тем не менее, значительно превосходят критическую границу  $\chi_{\alpha}^2 = 426.5$  при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ , что свидетельствует об отвержении гипотезы о нормальном распределении. Незначительное снижение меры отклонения

наблюдалось при удвоении коэффициента  $\sigma^2$  диффузии рассеивателей. По всей видимости, это объясняется большей репрезентативностью ограниченной по времени  $T$  выборки за счет более высокой скорости статистической динамики среды.

Несмотря на предпринятые в ходе экспериментов усилия по синтезу канала с наибольшей хаотичностью, даже при  $n = 7$  лучах не удалось добиться удовлетворительной сходимости регистрируемого радиосигнала к гауссовскому процессу. Полученные результаты свидетельствуют о возможной необходимости пересмотра ряда предыдущих экспериментальных [3, 4] и теоретических [5] оценок скорости сходимости распределения многолучевого сигнала к нормальному закону.

4.3. Корреляционные характеристики сигнала

Наряду с законами распределения параметров сигнала важной характеристикой канала является время когерентности  $\Delta\tau$ . Данная величина определяется по АКФ сигнала  $R(\tau)$ . В разд. 1 (формула

(16)) было показано, что в случае статистической равнозначности лучей их количество не влияет на профиль АКФ. Для экспериментальной проверки этого теоретического вывода были построены эмпирические АКФ квадратур сигнала в точке  $B$  при различном количестве  $n$  активных излучателей. Соответствующие результаты обработки представлены на рис. 5 для случая  $\sigma^2 = 8 \text{ м}^2/\text{с}$ .

Профили эмпирических АКФ, представленных на рис. 4, в целом подтверждают справедливость формулы (16) при  $k_R = 0$ . Профили АКФ проявляют существенную индифферентность к числу лучей. Небольшие различия наблюдаются лишь в области низких корреляций, что может объясняться воздействием шумов, а также некоторыми погрешностями реализации эксперимента.

Следует отметить, что оценка времени когерентности канала  $\Delta\tau$  зависит от используемого параметра сигнала. Наиболее надежная оценка основывается на наблюдении АКФ квадратур. Для наглядной демонстрации этого обстоятельства на рис. 5 представлены эмпирические АКФ квадратуры  $Q$ , огибающей  $A$  и фазы  $\phi$  сигнала, записанного в точке  $B$ . Сопоставление кривых на рис. 5 показало, что наибольшим интервалом корреляции обладали квадратуры сигнала, что закономерно, так как квадратуры несут большую информацию о структуре сигнала и о присутствующих в нем статистических связях. При этом в области высоких корреляций ( $R > 0.35$ ) наибольшая скорость спада наблюдалась у фазы сигнала  $\phi$ , в то время как в области низких корреляций ( $R \leq 0.35$ ) наименьшим интервалом корреляции обладали отсчеты огибающей сигнала  $A$ . Таким образом, оценка времени когерентности канала по АКФ огибающей может приводить к заниженным значениям  $\Delta\tau$ .

Аналогичные результаты наблюдались и при удвоении скорости статистической динамики канала (рис. 6б). При повышении коэффициента

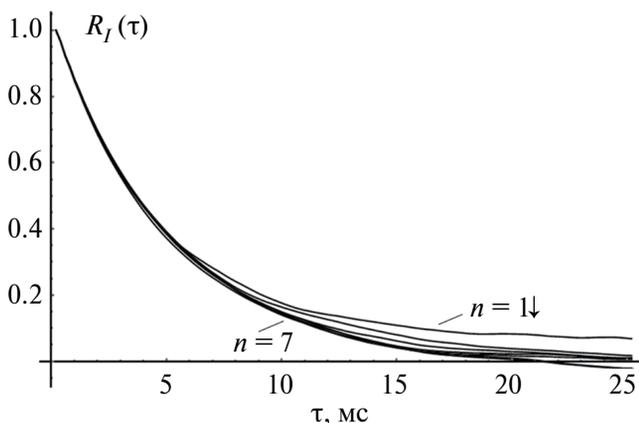


Рис. 4. Автокорреляционная функция сигнала в точке  $B$  ( $\sigma^2 = 8 \text{ м}^2/\text{с}$ ):  $n = 1 \dots 7$  (кривые сверху вниз).

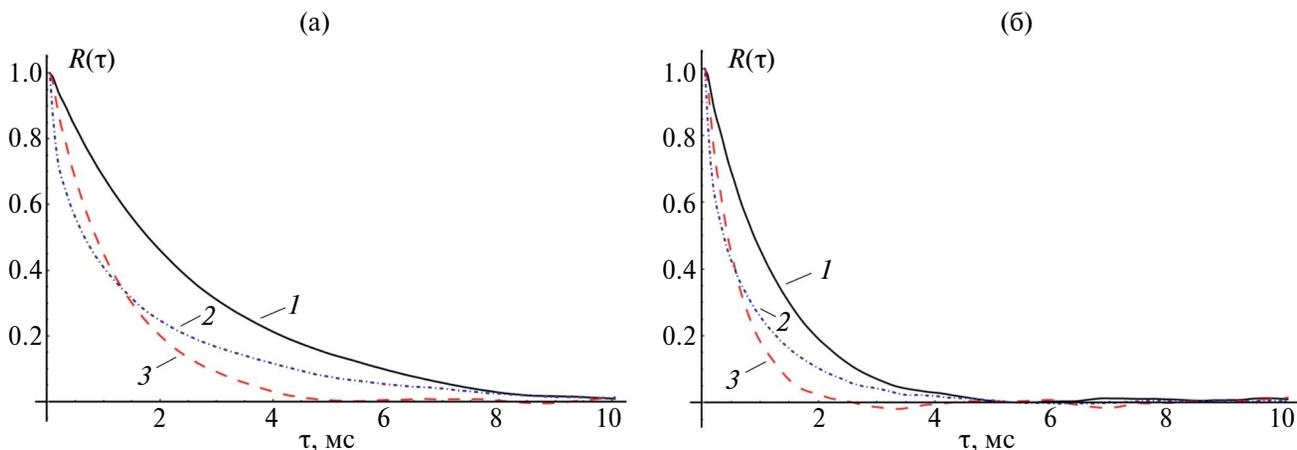


Рис. 5. Сопоставление эмпирических корреляционных функций параметров сигнала в точке  $B$  при  $\sigma^2 = 8 \text{ м}^2/\text{с}$  (а) и  $16 \text{ м}^2/\text{с}$  (б) ( $n = 7$ ): 1 — I-квadrатура  $x_i$ ; 2 — фаза  $\phi$ ; 3 — огибающая  $A$ .

$\sigma^2$  диффузии рассеивателей интервал корреляции закономерно уменьшился примерно в два раза: с 5 мс (при  $\sigma^2 = 8 \text{ м}^2/\text{с}$ ) до 2.5 мс (при  $\sigma^2 = 16 \text{ м}^2/\text{с}$ ) по уровню корреляции 0.2. Указанное поведение корреляционных функций сигнала согласуется с известными теоретическими моделями корреляционных характеристик [3, 5, 36].

Таким образом, проведенные эксперименты в целом подтвердили адекватность теоретической модели корреляционных характеристик сигнала, изложенной в разд. 1. В частности, была экспериментально показана независимость профиля АКФ от количества парциальных лучей в случае равенства их дисперсий. Данное обстоятельство существенно упрощает описание многолучевого канала при проведении как теоретических, так и экспериментальных исследований.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена методика синтеза многолучевой среды с заданными характеристиками в лабораторных условиях. С помощью описанной методики проведены экспериментальные исследования по сходимости многолучевого сигнала к гауссовскому процессу по мере повышения количества парциальных лучей  $n$  от 1 до 7. Проведенные эксперименты подтвердили равномерную сходимость сигнала к гауссовскому процессу, однако даже при  $n = 7$  парциальных лучах гипотеза о нормальном процессе не подтвердилась.

Полученные результаты свидетельствуют о возможной необходимости пересмотра ряда более ранних экспериментальных [3, 4] и теоретических [5] оценок скорости сходимости многолучевого сигнала к гауссовскому процессу. В частности, выводы теоретического исследования [34] о необходимости не менее десяти парциальных лучей лучше согласуются с полученными экспериментальными данными.

Экспериментально показано, что даже с учетом коррекции на повышение дисперсии сигнала энтропия квадратур растёт при увеличении количества лучей. Последнее указывает на усложнение стохастической структуры интерференционных вариаций параметров сигнала по мере роста  $n$ .

Получено экспериментальное подтверждение независимости корреляционных характеристик сигнала от числа лучей в случае их статистической равнозначности.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке правительства Российской Федерации в рамках

“Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета”.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Saunders S.R., Argo-Zavala A.* Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems. N.Y.: Wiley, 2007.
2. *Кеннеди Р.* Каналы связи с замираниями и рассеянием. М.: Сов. радио, 1973.
3. *Пономарев Г.А., Куликов А. М., Тельпуховский Е. Д.* Распространение УКВ в городе. Томск: МП “Раско”, 1991.
4. *Parsons J. D.* The Mobile Radio Propagation Channel. N.Y.: John Wiley & Sons, 2000.
5. *Patzold M.* Mobile Fading Channels. N.Y.: John Wiley & Sons, 2002.
6. *Proakis J.G., Salehi M.* Digital Communications. McGraw-Hill, 2008.
7. *Molisch A. F.* Wireless Communications. Wiley, 2011.
8. *Blaunstein N.* // J. Communications and Networks. 2000. V. 2. № 4. P. 305.
9. *Blaunstein N., Toeltsch M., Laurila J. et al.* // IEEE Trans. 2006. V. AP-54. № 10. P. 2902.
10. *Zhang J., Duong T. Q., Marshall A., Woods R.* // IEEE Access. 2016. V. 4. P. 614.
11. *Zeng K.* // IEEE Commun. Mag. 2015. V. 53. № 6. P. 33.
12. *Hyadi A., Rezki Z., Alouini M.-S.* // IEEE Access. 2016. V. 4. P. 6121.
13. *Zhang J., He B., Duong T. Q., Woods R.* // IEEE Commun. Lett. 2017. V. 21. № 4. P. 961.
14. *Wallace J.W., Sharma R. K.* // IEEE Trans. 2010. V. IFS-5. № 3. P. 381.
15. *Peng Y., Wang P., Xiang W., Li Y.* // IEEE Trans. 2017. V. WC-16. № 8. P. 5176.
16. *Рытов С.М., Крайцов Ю. М., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
17. *Liu H., Yang J., Wang Y. et al.* // IEEE Trans. 2014. V. MC-13. № 12. P. 2820.
18. *Bai L., Zhu L., Liu J. et al.* // J. Commun. Inform. Networks. 2020. V. 5. № 3. P. 237.
19. *Premnath S.N., Jana S., Croft J. et al.* // IEEE Trans. Mob. Comput. 2013. V. 12. № 5. P. 917.
20. *Upadhyay R., Singh S., Trivedi V., Soni A.* // Proc. Int. Conf. Adv. Computation and Telecomm. Bhopal. 28–29 Dec. N.Y.: IEEE, 2018. № 8933725.
21. *Gohring M., Schmitz R.* // Proc. 2nd World Forum on Internet of Things. Milan. 14–16 December. N.Y.: IEEE, 2015. № 7389145.
22. *Topal O.A., Kurt G. K., Ozbek B.* // IEEE Wireless Commun. Lett. 2017. V. 6. № 6. P. 766.

23. *Huth C., Guillaume R., Strohm T., Duplys P.* // *Computer Networks*. 2016. V. 109(1). P. 84.
24. *Leung-Yan-Cheong S., Hellman M.* // *IEEE Trans.* 1978. V. IT-24. № 4. P. 451.
25. *Gopala P.K., Lai L., Gamal El H.* // *IEEE Trans.* 2008. V. IT-54. № 10. P. 4687.
26. *Edman M., Kiayias A., Yener B.* // *Proc. 4th Eur. Worksh. on System Security*. Salzburg. 10 Apr. N.Y.: ACM, 2011. № 8.
27. *Pasolini G., Dardari D.* // *IEEE Trans.* 2015. V. WC-14. № 6. P. 3429.
28. *Edman M., Kiayias A., Tang Q., Yener B.* // *IEEE Trans.* 2016. V. IFS-11. № 8. P. 1796.
29. *He B., Zhou X., Swindlehurst A.L.* // *IEEE Trans.* 2016. V. WC-15. № 10. P. 6913.
30. *Jin H., Huang K., Jin L. et al.* // *Proc. 4th Int. Conf. on Computer and Comms*. Chengdu. 07–10 December. N.Y.: IEEE, 2018. P. 226.
31. *Ji Z., Zhang Y., He Z. et al.* // *IEEE Wireless Commun. Lett.* 2020. V. 9. № 5. P. 693.
32. *Rottenberg F., Nguyen T.-H., Dricot J.-M. et al.* // *IEEE Trans.* 2021. V. TCOM-69. № 3. P. 1868.
33. *Zhu R., Shu T., Fu H.* // *Wireless Networks*. 2021. V. 27. P. 4853.
34. *Rafiq G., Patzold M.* // *Proc. 20th Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Comms*. Tokyo. 13–16 Sept. N.Y.: IEEE, 2009. P. 1103.
35. *Тихонов В. И.* Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986.
36. *Rec. ITU-R P. 1407–6*. Int. Telecomm. Union, 2017.
37. *Fleury B.H., Tschudin M., Heddergott R. et al.* // *IEEE J. Sel. Areas Commun.* 1999. V. 17. № 3. P. 434.
38. *Chong C.-C., Tan C.-M., Laurenson D. I. et al.* // *IEEE Trans.* 2005. V. AP-4. № 4. P. 1539.
39. *Salmi J., Richter A., Koivunen V.* // *IEEE Trans.* 2009. V. SP-57(4). P. 1538.
40. *Jost T., Wang W., Fiebig U.-C., Perez-Fontan F.* // *IEEE Trans.* 2012. V. AP-60. № 10. P. 4875.
41. *Ghoraishi M., Takada J., Imai T.* // *IEEE Trans.* 2006. V. AP-54. № 11. P. 3473.
42. *Goel K., Adam N.* // *IEEE Trans.* 2012. V. GRS-50. № 6. P. 2355.
43. *Seijo O., Val I., Lopez-Fernandez J.A.* // *IEEE Access*. 2020. V. 8. P. 175576.
44. *Graur O., Islam N., Henkel W.* // *Proc. Globecom Workshops*. Washington. 04–08 Dec. N.Y.: IEEE, 2016. № 7849013.
45. *Левин Б. П.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1969. Кн. 1.
46. *Suzuki H.* // *IEEE Trans.* 1977. V. TCOM-25. № 7. P. 673.

## PHYSICAL EMULATION OF CONTROLLED MULTIPATH RADIO PROPAGATION ENVIRONMENT

**A. I. Sulimov\*, A. A. Galiev, R. R. Latypov, O. N. Sherstyukov, A. D. Smolyakov, R. F. Khaliullin, A. V. Karpov**

*Kazan Federal University,  
18th Kremlyovskaya Str., Kazan, 420018 Russian Federation  
\*E-mail: asulimo@gmail.com*

Received June 29, 2023; revised July 17, 2023; accepted August 3, 2023

The paper presents a new method for physical modeling of a multipath radio propagation environment with desired properties using a set of software-defined radio units. Using this method the authors conduct an experimental study on the convergence rate of a received multipath radio signal to a Gaussian random process as the number of multipath channel taps rises. The experiments showed that seven or less multipath taps are insufficient for accepting the statistical hypothesis of a Gaussian random process for the received signal, which revises previous theoretical studies. For the case of equal variances of all multipath taps the experiments verified the independence of the signal correlation function on the number of the taps. The obtained experimental data are fitted well to the classical theoretical models of multipath channels.

*Keywords:* multipath channels, fast fading, random processes, probabilistic model, statistical testing, software defined radio, frequency synchronization