

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.876

### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЛИННЫХ, СРЕДНИХ И КОРОТКИХ РАДИОВОЛН НАД ИМПЕДАНСНОЙ СТРУКТУРОЙ «ЛЕД–МОРЕ»<sup>1</sup>

© 2024 г. М. Г. Дембелов\*, Ю. Б. Башкуев

*Институт физического материаловедения СО РАН,  
ул. Сахьяновой, 6, Улан-Удэ, 670047 Российская Федерация*

\*E-mail: mdembelov@mail.ru

Поступила в редакцию 28.10.2023 г.

После доработки 11.03.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Рассмотрено поле вертикального электрического диполя над плоской импедансной поверхностью. Представлены формулы для расчета функции ослабления поля земной волны над реальными импедансными подстилающими средами. Приведенный поверхностный импеданс определяется на границе сред «земля-воздух» и выражается отношением тангенциальных составляющих электрического и магнитного поля. Для слоистых подстилающих сред поверхностный импеданс рассчитывается по рекуррентной формуле, учитывающей толщину и электрические свойства каждого слоя (диэлектрическую проницаемость и удельное сопротивление). Установлены эффекты, связанные с наличием поверхностной электромагнитной волны (ПЭВ), когда электромагнитное поле проявляет отчетливо выраженный поверхностный характер. Показано, что условия распространения длинных, средних и коротких радиоволн над структурой «лед–море» с сильно индуктивным импедансом более благоприятны, чем над идеально проводящей средой из-за возникновения ПЭВ.

*Ключевые слова:* поле земной волны, функция ослабления, поверхностный импеданс, поверхностная электромагнитная волна, структура «лед-море»

DOI: 10.31857/S0033849424060052, EDN: IJXOUN

#### ВВЕДЕНИЕ

Многие радиотехнические системы используют свойства земных радиоволн. Земная волна имеет преимущество, прежде всего в стабильности своей амплитудно-фазовой структуры и в возможности распространения на большие расстояния, особенно на длинных и средних радиоволнах. Проблемам распространения земных радиоволн посвящено довольно много работ, среди которых прежде всего выделяются работы В. А. Фока [1], Е. Л. Фейнберга [2], Дж. Уайта [3] и Г. И. Макарова [4]. Теория распространения радиоволн вдоль реальной земной поверхности особенно активно развивалась в 60–90-х годах, были предложены удобные в практическом применении модели для расчета электромагнитных полей. Важнейший вклад в решение задач распространения радиоволн над слоистыми средами сделан в работах [3, 4]. Распространение над трассами с сильно индуктивным поверхностным импедансом, который возможен только для

слоистых сред, на некоторых расстояниях от источника может характеризоваться тем, что уровень поля будет превышать уровень поля над идеально проводящей поверхностью. Такой эффект был экспериментально подтвержден сотрудниками лаборатории электромагнитной диагностики ИФМ СО РАН при измерении уровней поля в КВ-диапазоне частот на льду Соленого озера [5, 6]. При удалении точки приема сигнала от источника уровень поля может немонотонно убывать в связи с присутствием ПЭВ, ранее подобные эффекты связывались только с волнами, отраженными от ионосферы.

#### 1. ФУНКЦИЯ ЗОММЕРФЕЛЬДА

Для случая расположения источника и точки приема сигнала на земной поверхности на расстоянии  $R$  вертикальная компонента электрического поля  $E_z$  может быть представлена в виде

$$E_z(R) = \frac{k^2 P}{2\pi\epsilon_0} \left| W(R) - \frac{1}{ikR} + \frac{1}{(ikR)^2} \right| \times \frac{\exp[ikR + i\varphi_{\text{доп}}(R)]}{R}, \quad (1)$$

<sup>1</sup> Работа была доложена на XXVIII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн» (23–26 мая 2023 г., Йошкар-Ола).

$$\text{где } \varphi_{\text{доп}}(R) = \arg \left[ W(R) - \frac{1}{ikR} + \frac{1}{(ikR)^2} \right], \quad (2)$$

$k$  – волновое число в вакууме;  $P$  – полный дипольный момент источника;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая

проницаемость вакуума;  $1/(ikR)$  – индукционный,

$1/(ikR)^2$  – статический члены, которые участвуют в описании поля в ближней зоне излучателя [7].

В формулах (1) и (2)  $W(R)$  – безразмерная функция ослабления при наземном расположении корреспондирующих пунктов, она вводится относительно бесконечно проводящей поверхности и записывается в виде [2]

$$W(SR) = 1 + 2\sqrt{SR} \exp(-SR) \int_{\sqrt{SR}}^{+i\infty} \exp(z^2) dz. \quad (3)$$

Функция ослабления  $W$  зависит от численного расстояния  $SR$ , где  $S = ik\delta^2/2$ ,  $\delta$  – приведенный поверхностный импеданс подстилающей среды при условии  $|\delta^2| \ll 1$ . Подставляя в формулу (3) сходящийся ряд

$$\exp(z^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^{2n},$$

получаем формулу

$$W(SR) = 1 + i\sqrt{\pi SR} \exp(-SR) - 2 \exp(-SR) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(SR)^{n+1}}{n!(2n+1)}. \quad (4)$$

Разложение (4) сходится при любых значениях численного расстояния. На практике формулу (3) удобно использовать при условии  $0 < |SR| < 10$ . При малых численных расстояниях от источника поле над реальной импедансной средой почти не отличается от поля над идеально проводящей поверхностью. Электрические свойства подстилающей среды влияют на изменение поля при заметном удалении от источника.

При больших значениях численного расстояния ( $|SR| \geq 10$ ) для расчета функции ослабления используется разложение по обратным степеням численного расстояния  $SR$ :

$$W(SR) = \begin{cases} -\sum_{n=1}^N \frac{(2n-1)!!}{(2SR)^n}, & \text{Im } \sqrt{S} > 0, \\ 2i\sqrt{\pi SR} \exp(-SR) - \sum_{n=1}^N \frac{(2n-1)!!}{(2SR)^n}, & \text{Im } \sqrt{S} < 0. \end{cases} \quad (5)$$

В формуле (5) при сильно индуктивных значениях поверхностного импеданса ( $\text{Im } \sqrt{S} < 0$  или  $\arg \delta < -\pi/4$ ) появляется член

$$W_{\text{пов}} = 2i\sqrt{\pi SR} \exp(-SR),$$

соответствующий поверхностной волне (волна Ценнека) [4]. Разложение в формуле (5) асимптотическое, оно расходится при  $n \rightarrow \infty$  для любых значений  $SR$ , поэтому при его применении необходимо использовать несколько первых членов разложения, которые могут обеспечить максимально точное значение функции ослабления. При условии  $|SR| \geq 10$  на практике достаточно учитывать семь первых членов ряда

$$W \approx -\frac{1}{2SR} \left( 1 + \frac{1}{2SR} \left[ 3 + \frac{1}{2SR} \left( 15 + \frac{1}{2SR} \left[ 105 + \frac{1}{2SR} \left( 945 + \frac{1}{2SR} \left[ 10395 + \frac{1}{2SR} 135135 \right] \right) \right] \right) \right] \right). \quad (6)$$

## 2. ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ ПОЛЯ НАД ИМПЕДАНСНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

На рис. 1 представлены расчеты зависимости модуля функции ослабления от расстояния на частотах 100, 500, 1000, 3000 и 5000 кГц над сильно индуктивной средой. На частоте 100 кГц модуль функции ослабления превышает единицу на расстояниях больше 100 км, на частоте 500 кГц – на расстоянии до 80 км, на частоте 1 МГц – до 40 км, на частоте 3 МГц – до 13 км и на частоте 5 МГц – до 8 км. На частотах 1 МГц и выше при увеличении расстояния от источника наблюдается немонокотонное убывание значения  $|W|$ . При больших значениях  $|SR|$  вклад поверхностной волны становится пренебрежительно малым, функция ослабления в основном определяется вторым слагаемым в формуле (5).

Рассмотрим приближенные представления для функции ослабления. При малых численных расстояниях  $SR$ , но не относящихся к ближней зоне от излучателя ( $kR \gg 1$ ), главными являются два первых члена в формуле (4):

$$W(SR) = 1 + i\sqrt{\pi SR} + O(SR). \quad (7)$$

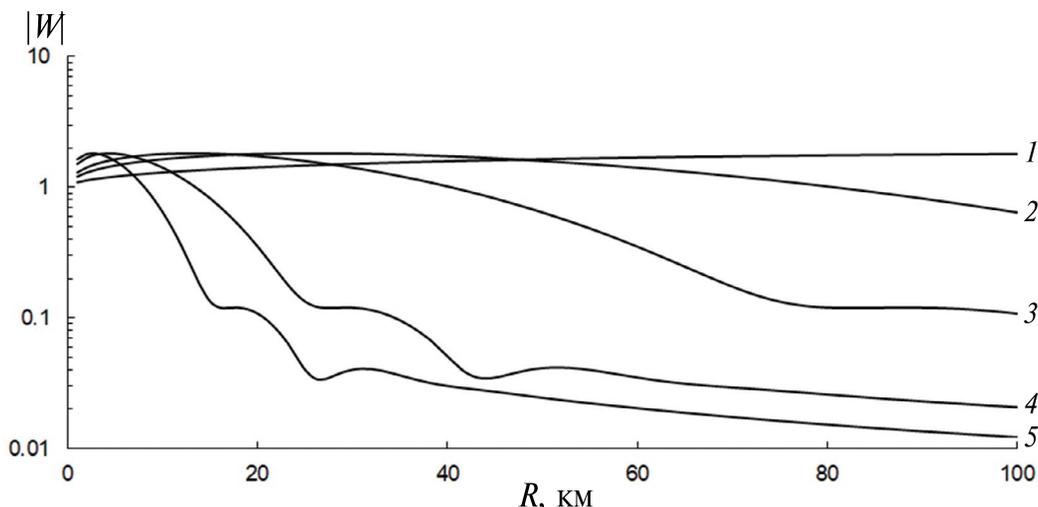
Из разложения (7) следует приближенное разложение для модуля

$$|W(SR)| \approx 1 - \frac{1}{2} |\sqrt{\pi SR}| \sin \left( \frac{3\pi}{4} - \arg \delta \right). \quad (8)$$

Очевидно, что при слабо индуктивных импедансах, удовлетворяющих условию  $0 > \arg \delta > -\pi/4$ , модуль функции ослабления уменьшается с удалением от источника, а при сильно индуктивных значениях импеданса ( $\arg \delta < -\pi/4$ ) – возрастает, при этом превышает значение единицы. На рис. 2 показано поведение модуля (а) и аргумента (б) функции ослабления при  $|SR| \leq 0.1$  для различных аргументов поверхностного импеданса.

**Таблица 1.** Значения  $|W|$  на расстояниях  $|SR|$  при емкостных значениях импеданса

$ SR $	30°	40°	45°	55°	65°	75°
0.2	0.387	0.38	0.379	0.382	0.393	0.412
0.3	0.324	0.318	0.317	0.32	0.33	0.346
0.4	0.282	0.277	0.276	0.279	0.287	0.303



**Рис. 1.** Изменения модуля функции ослабления в зависимости от расстояния над сильно индуктивной средой с постоянным поверхностным импедансом  $|\delta| = 0.1$ ;  $\arg \delta = -75^\circ$  на разных частотах: 100 (1) и 500 кГц (2), 1 (3), 3 (4) и 5 МГц (5).

Для емкостных значений импеданса ( $\arg \delta > 0$ ) свойственно самое быстрое падение уровня поля при увеличении расстояния от источника. Емкостные значения импеданса возможны только для слоистых подстилающих структур, когда верхний слой является более проводящим. Из приближенного соотношения (8) следует, что модуль функции ослабления быстрее всего убывает с увеличением расстояния от источника при  $\arg \delta = \pi/4$ , т.е. на линии разграничения слабо и сильно емкостных импедансов. Расчеты, представленные в табл. 1, показывают поведение модуля функции ослабления при некоторых емкостных значениях аргумента импеданса на численных расстояниях 0.2, 0.3 и 0.4, минимальные значения  $|W|$  наблюдаются при  $\arg \delta = 45^\circ$ .

При больших численных расстояниях  $SR$  функция ослабления рассчитывается по формуле (5). На расстояниях, когда  $R \rightarrow \infty$ , для расчета функции ослабления достаточно ограничиться первым членом разложения (6):

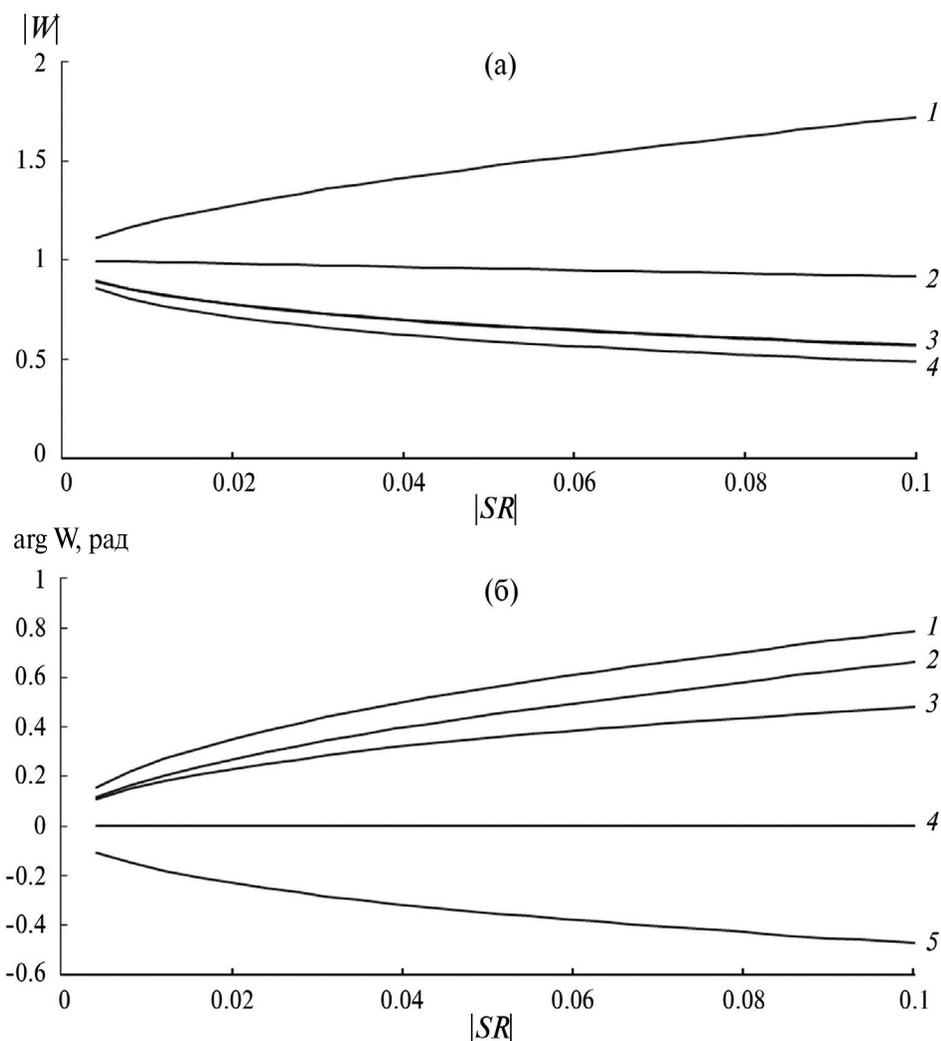
$$W(SR) = -\frac{1}{2SR} + \begin{cases} 0, & \text{Im } \sqrt{S} > 0, \\ 2i\sqrt{\pi SR} \exp(-SR), & \text{Im } \sqrt{S} < 0 \end{cases} \quad (9)$$

В случае слабо индуктивных значений импеданса ( $0 > \arg \delta > -\pi/4$ ) при  $|SR| \gg 1$  согласно формулам (1) и (9) поведение поля будет приближенно определяться соотношением

$$E_z \approx \frac{k^2 P \exp(ikR)}{2\pi\epsilon_0 SR^2} \quad (10)$$

Из формулы (10) следует, что поле убывает с квадратом расстояния. Вблизи идеально проводящей поверхности ( $\delta = 0$ ) поле убывает по закону  $1/R$ .

Сильно индуктивные значения импеданса в отличие от слабо индуктивных возможны только для слоистых подстилающих структур. В отличие от емкостных импедансов верхний слой таких структур должен быть менее проводящим. При сильно индуктивных значениях импеданса ( $\arg \delta < -\pi/4$ ) проявляется немонотонное изменение поля с увеличением расстояния. Как показано на рис. 2а, при малых значениях численного расстояния модуль функции ослабления больше единицы и возрастает с увеличением расстояния. Фактически при  $\text{Im } \sqrt{S} < 0$  формулы (5) и (9) представляют собой сумму функций, описывающих пространственную и поверхностную волны ( $W_{\text{пр}} + W_{\text{пов}}$ ). Наличие ПЭВ приводит к тому, что над сильно индуктивными структурами до некоторых расстояний от источника модуль функции ослабления превышает единицу. Оказывается, что в этом случае уровень поля превышает уровень поля над идеально проводящей средой. Далее уровень ПЭВ с увеличением расстояния уменьшается быстрее, чем уровень пространственной волны. Когда оба слагаемых становятся сравнимы друг с другом, будет наблюдаться немонотонное убывание  $|W|$  и, соответственно, уровня поля. На рис. 3а показан расчет изменения модуля функции ослабления с увеличением расстояния на частоте 5 МГц над сильно индуктивной структурой «лед–морская вода» с учетом поверхностного импеданса  $|\delta| = 0.087$ ;  $\arg \delta = -84^\circ$ . На расстоянии 83 км



**Рис. 2.** Изменение  $|W|$  (а) и  $\arg W$  (б) в зависимости от модуля численного расстояния  $|SR|$  для аргументов поверхностного импеданса: а)  $-89$  (1),  $-45$  (2),  $0$  (3),  $89$  (4) и  $45$  град (5); б)  $-45$  (1),  $-89$  (2),  $0$  (3),  $45$  (4) и  $89$  град (5).

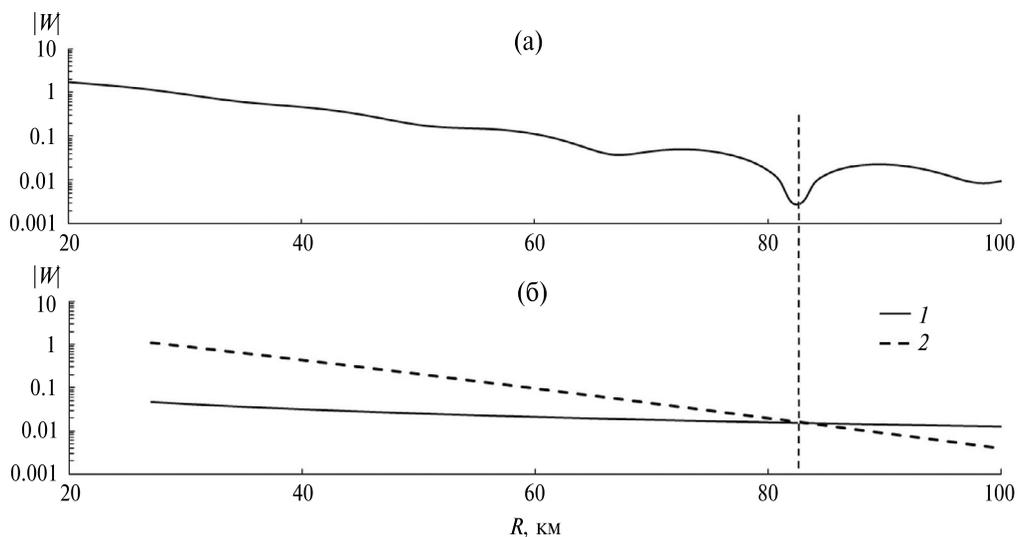
от источника наблюдается глубокий минимум, который соответствует точке пересечения графиков модуля пространственной ( $|W_{пр}|$ ) и поверхностной ( $|W_{пов}|$ ) волн (рис. 3б). Данный пример демонстрирует эффект взаимного «поедания» волн.

### 3. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

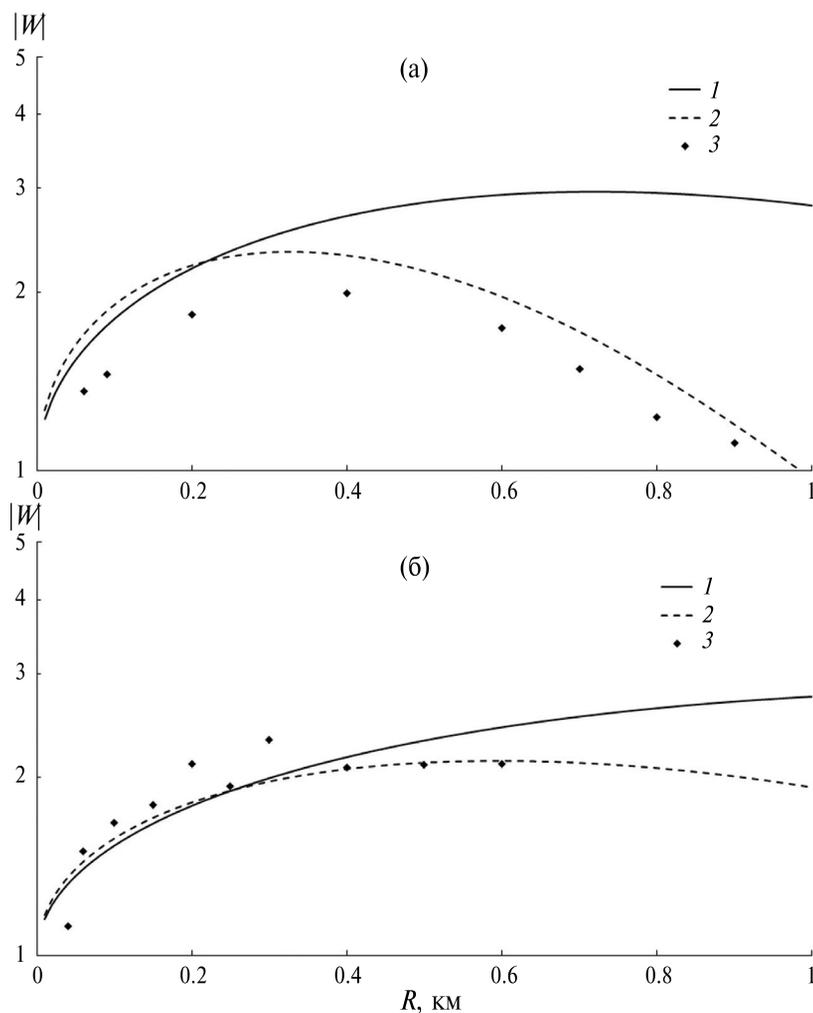
В 2009 и 2020 гг. были выполнены экспериментальные работы по измерению напряженности поля на льду оз. Соленое [5, 6]. Структура «лед–соленая вода» является наиболее характерной сильно индуктивной средой. Для расчетов определено значение удельного электрического сопротивления (УЭС) соленой воды по результатам проб в 2009 г. ( $1.05 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ) и 2020 г. ( $0.8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ). Измеренные значения УЭС оз. Соленого оказались идентичными морской воде. Толщина льда в день измерений составляла примерно 1 м (2009 г.) и 0.7 м

(2020 г.). Удельное сопротивление льда принято равным  $10000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ , относительная диэлектрическая проницаемость для льда 4, для соленой воды 87 [8]. Рассчитаны значения поверхностного импеданса по результатам наблюдений для частоты 10 МГц:  $|\delta| = 0.185$ ;  $\arg \delta = -82.6^\circ$  в 2009 г. и  $|\delta| = 0.132$ ;  $\arg \delta = -82^\circ$  в 2020 г.

На рис. 4а,4б представлены результаты измеренных значений модуля функции ослабления, а также вычисления  $|W|$  по рассчитанным значениям  $\delta$  для 2009 и 2020 гг. Там же приведены результаты расчетов модуля функции ослабления по подобранным значениям импеданса, при которых наблюдается хорошее совпадение с измеренными данными:  $|\delta| = 0.23$ ;  $\arg \delta = -79.7^\circ$  в 2009 г. и  $|\delta| = 0.167$ ;  $\arg \delta = -78^\circ$  в 2020 г. При подборе поверхностного импеданса менялись только относительная диэлектрическая проницаемость льда на  $\epsilon = 7$  и удельная проводимость воды на  $\rho = 2.5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$  для обоих случаев. Экспериментальные результаты и расчеты



**Рис. 3.** Изменение модуля функции ослабления на частоте 5 МГц над сильно индуктивной трассой (а) и модулей функции ослабления пространственной и поверхностной волн (б): 1 – пространственная волна; 2 – поверхностная волна.



**Рис. 4.** Сравнительные графики рассчитанных и измеренных значений модуля функции ослабления, полученных для сильно индуктивной среды «лед–соленая вода» на оз. Соленое в 2009 г. (а) и 2020 г. (б): 1 – расчет по предварительно рассчитанным значениям  $\delta$ ; 2 – расчет по подобранным значениям  $\delta$ ; 3 – измеренные значения.

над сильно индуктивной средой «лед–соленая вода» демонстрируют явный эффект наличия ПЭВ.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены формулы для расчета функции ослабления поля земной волны над плоскими импедансными трассами. Поверхностный импеданс определяется электрическими свойствами среды. Для неоднородных по глубине сред импеданс представляется рекуррентной формулой [4]. Функция ослабления над сильно индуктивной поверхностью имеет особенности, главной из которых является присутствие поверхностной электромагнитной волны. Установлены эффекты, связанные с наличием ПЭВ, когда электромагнитное поле проявляет отчетливо выраженный поверхностный характер. Показано, что условия распространения длинных, средних и коротких радиоволн над структурой «лед–море» с сильно индуктивным импедансом более благоприятны, чем над идеально проводящей средой из-за возникновения ПЭВ. Этот уникальный электродинамический процесс играл и играет важную, а иногда и определяющую роль в природных физических процессах на поверхности слоистых сред в широком диапазоне электромагнитных волн. Накопленные данные о ПЭВ [5, 6] позволяют получить новые фундаментальные знания, результаты которых могут быть использованы на реальных радиоприемниках.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института физического материаловедения СО РАН по теме № 0270–2024–0008 «Развитие радиофизических методов исследования динамики поверхности суши, водоемов и атмосферы Земли в СНЧ-СДВ-ДВ-СВ- и СВЧ-диапазонах радиоволн».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.
2. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: Физматлит, 1999.
3. Wait J. R. Electromagnetic Waves in Stratified Media. N. Y.: Pergamon Press, 1962.
4. Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т. Распространение электромагнитных волн над земной поверхностью. М.: Наука, 1991.
5. Башкуев Ю. Б., Хантанов В. Б., Дембелов М. Г. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № 3. С. 88.
6. Башкуев Ю. Б., Дембелов М. Г., Хантанов В. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64. № 8–9. С. 611.
7. Витязева В. А., Голдина Л. П., Запорожцева И. В. и др. // Проблемы дифракции и распространения волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982. Вып. 18. С. 183.
8. Пылаев А. А., Тамкун Л. Г., Трегубов А. Г. // Тез. докл. XVII Межвед. сем. по распространению километровых и более длинных радиоволн. Томск: изд-во ТГУ, 1991. С. 64.

## FORECASTING THE PROPAGATION OF LONG, MEDIUM AND SHORT RADIO WAVES OVER THE IMPEDANCE ICE-SEA STRUCTURE

M. G. Dembelov\*, Yu. B. Bashkuev

*Institute of Physical Materials Science of the Russian Academy of Sciences,  
Str. Sakhyanovoy, 6, Ulan-Ude, 670047 Russian Federation  
\*E-mail: mdembelov@mail.ru*

Received October 28, 2023, revised March 1, 2024, accepted April 24, 2024

The field of a vertical electric dipole over a flat impedance surface is considered. Formulas for calculating the attenuation function of the ground wave field over real impedance underlying media are presented. The reduced surface impedance is determined at the boundary of the “ground-air” media and is expressed by the ratio of the tangential components of the electric and magnetic fields. For layered underlying media, the surface impedance is calculated using a recurrent formula that takes into account the thickness and electrical properties of each layer (dielectric constant and resistivity). The effects associated with the presence of a surface electromagnetic wave (SEW), when the electromagnetic field exhibits a clearly expressed surface character, are established. It is shown that the conditions for the propagation of long, medium and short radio waves over the “ice-sea” structure with a highly inductive impedance are more favorable than over an ideally conducting medium due to the occurrence of SEW.

**Keywords:** Ground wave field, attenuation function, surface impedance, surface electromagnetic wave, ice-sea structure