

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АПЛАНАТИЧЕСКОЙ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОЙ СИСТЕМЫ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

© 2024 г. А. С. Венецкий^а, В. А. Калошин^а, Чинь Ван Туан^б

^аИнститут радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125007 Российская Федерация

^бМосковский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

Поступила в редакцию 19.10.2023 г.

После доработки 24.10.2023 г.

Принята к публикации 25.11.2023 г.

Рассмотрены задачи синтеза и анализа осесимметричной апланатической зеркально-линзовой системы, преобразующей сферический фронт источника в плоский. Разработаны две методики решения задачи синтеза образующих системы: с использованием численной процедуры и формулы Келлехера, а также путем сведения к дифференциальному уравнению с запаздывающим аргументом. Получены формулы для эйконала в апертуре системы при смещении источника из фокуса. Исследована зависимость среднеквадратической абберации эйконала от параметров системы и найдены их оптимальные значения.

Ключевые слова: зеркально-линзовые системы, апланатические системы, синтез, среднеквадратическая абберация

DOI: 10.31857/S0033849424060042, **EDN:** IKDFWS

ВВЕДЕНИЕ

Среди зеркальных и линзовых систем апланатические системы занимают важное место. Это обусловлено тем, что в них отсутствуют абберации, пропорциональные первой степени угла отклонения луча, что позволяет использовать такие системы в качестве фокусирующих элементов многолучевых широкоугольных антенн и оптических инструментов (фотообъективов, телескопов и микроскопов). Исследованию и оптимизации таких систем посвящено большое количество работ. Работ, посвященных исследованию зеркально-линзовых систем, существенно меньше. Наиболее известные системы Шмидта и Максудова [1–3] удовлетворяют условиям апланатизма (условиям синусов Аббе) только приближенно (в параксиальном приближении), а анализ аббераций эйконала в них проводился в узком секторе углов зрения и для малых угловых размеров апертур.

Зеркально-линзовая система, точно удовлетворяющая условиям синусов Аббе, синтезирована только для планарной конструкции (с цилиндрической симметрией [4]), которая в отличие от осесимметричной не требует учета двойного преломления.

Данная работа посвящена синтезу осесимметричной зеркально-линзовой системы, точно удовлетворяющей условиям синусов Аббе, выводу приближенной формулы, описывающей распределение эйконала при смещении источника

из фокуса, анализу аббераций эйконала системы и оптимизации ее параметров с целью минимизации среднеквадратической абберации в заданном угле зрения.

1. СИНТЕЗ АПЛАНАТИЧЕСКОЙ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛЫ КЕЛЛЕХЕРА

Рассмотрим задачу синтеза апланатической зеркально-линзовой системы (рис.1), содержащую осесимметричную диэлектрическую линзу, первая поверхность 1 которой – преломляющая, а вторая 2 – отражающая, и источник, расположенный в фокусе (в точке O). Введем следующие обозначения: f – фокальное расстояние (от фокуса до поверхности линзы), q – толщина линзы (расстояние между первой до второй поверхности вдоль оси Y), n – показатель преломления материала линзы.

Разобьем образующие линзы на участки и зададим центральный участок образующей 1 (первой поверхности линзы) в виде квадратичной функции

$$y_1(x) = b_1x^2 + f, 0 \leq x \leq x_c,$$

где b_1 – неизвестный коэффициент. Потребуем, чтобы произвольный луч, падающий на линзу из фокуса, после преломления в точке A , отражения в точке B и второго преломления в точке C выходил

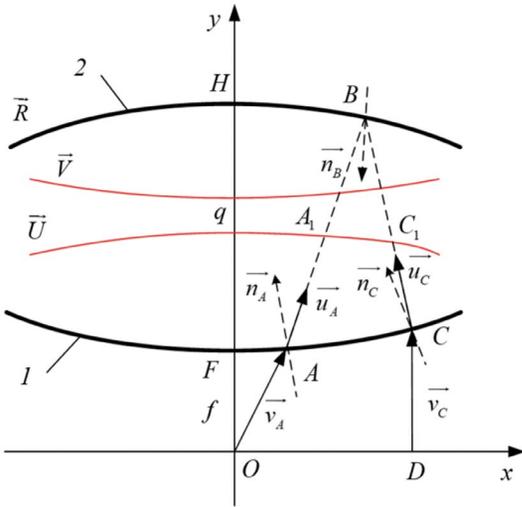


Рис. 1. Зеркально-линзовая система: 1 и 2 – образующие первой и второй поверхности.

параллельно оси y , пересекая ось x в точке D . При этом эйконал луча $OABCD$ (см. рис. 1) должен быть равен эйконалу центрального луча $L_0 = 2f + 2nq$:

$$|OA| + n|AB| + n|BC| + |CD| = L_0. \quad (1)$$

Единичный вектор преломленного луча в точке A имеет вид

$$\vec{u}_A = a_A \vec{v}_A + b_A \vec{n}_A, \quad (2)$$

где

$$\vec{v}_A = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|},$$

$$\vec{n}_A = \left(\frac{-y_1'(x_A)}{\sqrt{(-y_1'(x_A))^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{(-y_1'(x_A))^2 + 1}} \right),$$

$$\vec{OA} = (x_A, y_1(x_A)), \quad |\vec{OA}| = \sqrt{x_A^2 + y_1(x_A)^2},$$

$$a_A = 1/n,$$

$$b_A = \sqrt{1 - a_A^2(1 - (\vec{v}_A, \vec{n}_A)^2) - a_A(\vec{v}_A, \vec{n}_A)}.$$

Фронт преломленной волны может быть выражен формулой

$$\vec{U} = \vec{OA} + |\vec{AA}_1| \vec{u}_A, \quad (3)$$

где $|\vec{AA}_1| = (L_1 - |\vec{OA}|) / n$, а L_1 является константой, $L_1 = f + n = |\vec{OA}| + n|\vec{AA}_1|$.

Аналогично находится фронт преломленной волны при падении плоской волны параллельно оси y на поверхность линзы. Единичный вектор преломленного луча в точке C имеет вид

$$\vec{u}_C = a_C \vec{v}_C + b_C \vec{n}_C, \quad (4)$$

где

$$\vec{v}_C = (0, 1), \quad \vec{n}_C = \left(\frac{-y_1'(x_C)}{\sqrt{(-y_1'(x_C))^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{(-y_1'(x_C))^2 + 1}} \right),$$

$$a_C = 1/n, \quad b_C = \sqrt{1 - a_C^2(1 - (\vec{v}_C, \vec{n}_C)^2) - a_C(\vec{v}_C, \vec{n}_C)}.$$

Тогда фронт преломленной волны выражается формулой

$$\vec{V} = \vec{OC} + |\vec{CC}_1| \vec{u}_C, \quad (5)$$

где $|\vec{CC}_1| = (L_2 - |\vec{DC}|) / n$, а L_2 – постоянная величина, определенная формулой

$$L_2 = f + n + 1 = |\vec{DC}| + n|\vec{CC}_1|.$$

Форму зеркала (образующей 2) можно найти по падающему (\vec{U}) и отраженному (\vec{V}) фронту по формуле Келлехера [5]

$$\vec{R}(x_A, x_C) = \vec{V} + \vec{u}_C \frac{[K^2 - (\vec{V} - \vec{U})^2]}{2[K + (\vec{V} - \vec{U}) \vec{u}_C]}, \quad (6)$$

где K – длина пути луча между фронтами. При заданной толщине линзы q из геометрии задачи (рис. 1) следует $K = 2q - (L_1 + L_2 - 2f) / n$.

В выражение (6) входит неизвестная величина x_C , которая связана с величиной x_A условием ортогональности вектора $\vec{R} - \vec{U}$ фронту \vec{U} в точке A_1 :

$$(\vec{R} - \vec{U}) \partial \vec{U} / \partial x_A = 0, \quad (7)$$

где $\partial \vec{U} / \partial x_A = (\partial U_x / \partial x_A, \partial U_y / \partial x_A)$ и компоненты этого вектора могут быть найдены с помощью формул (2) и (3):

$$U_x = x_A + \frac{a_A x_A |\vec{AA}_1|}{\sqrt{x_A^2 + y_1(x_A)^2}} - \frac{b_A y_1'(x_A) |\vec{AA}_1|}{\sqrt{(y_1'(x_A))^2 + 1}},$$

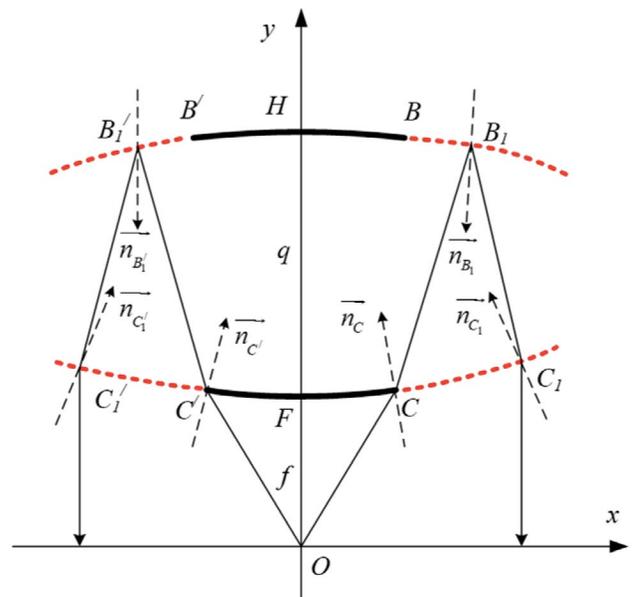


Рис. 2. Геометрия новых участков и лучей.

$$U_y = y_A + \frac{a_A y_A |\overline{AA_1}|}{\sqrt{x_A^2 + y_1(x_A)^2}} + \frac{b_A |\overline{AA_1}|}{\sqrt{(y_1'(x_A))^2 + 1}}.$$

Потребуем, чтобы удовлетворялось условие апланатизма

$$x_C = \gamma \sin \alpha, \tag{8}$$

где $\alpha = \text{arctg}(x_A / y_1(x_A))$ – угол между осью Y и падающим лучом OA ; $\gamma = f + kq$ – радиус апланатизма, k – заданный параметр, $0 \leq k \leq 2$.

Из уравнений (7) и (8) находим неизвестный коэффициент b_1 , а затем из выражения (6) – первый участок образующей 2. Для синтеза новых участков образующих рассмотрим луч, падающий из источника на линзу в точке C (определена выше), который преломляется и падает на зеркало в точке B_1 , отражается и после второго преломления выходит из линзы в точке C_1 параллельно оси Y (рис. 2).

Начальный участок первой образующей (FC) опишем кубическим полиномом

$$f_1(x) = a_1(x_C - x_0)^3 + b_1(x_C - x_0)^2 + c_1(x_C - x_0) + d_1, \tag{9}$$

где коэффициент b_1 найден выше, $a_1 = 0$, $c_1 = 0$, $d_1 = f$.

Следующий участок (CC_1 на рис. 2) опишем кубическим полиномом

$$f_2(x) = a_2(x_{C1} - x_C)^3 + b_2(x_{C1} - x_C)^2 + c_2(x_{C1} - x_C) + d_2, \tag{10}$$

$$d_2 = f_1(x_C),$$

Для обеспечения непрерывности амплитудного распределения преломленных волн в первом приближении геометрической оптики необходимо, чтобы первые и вторые производные функций, описывающих поверхности линз, были непрерывными в точке C . Из этого требования находим соотношения для коэффициентов полиномов $f_1(x)$ и $f_2(x)$

$$a_2 = a_1, \quad b_2 = 3a_1(x_C - x_0) + b_1,$$

$$c_2 = 3a_1(x_C - x_0)^2 + 2b_1(x_C - x_0) + c_1.$$

Применяя описанный алгоритм многократно, определяем новые участки образующей 2.

Примеры образующих синтезированных апланатических зеркально-линзовых систем для различных наборов параметров приведены на рис. 3.

Погрешность эйконала ($\Delta L = L - L_0$) и функции отображения ($\delta = x - \gamma \sin \alpha$) зависят от величины начального участка ($2x_0$), которая, в свою очередь, определяет число участков, на которые разбиваются образующие. Зависимости погрешности для синтезированной системы с параметрами $f = 1$, $q = 0.8$, $n = 1.2$, $k = 0.95$, $b_1 = 0.4605$ для

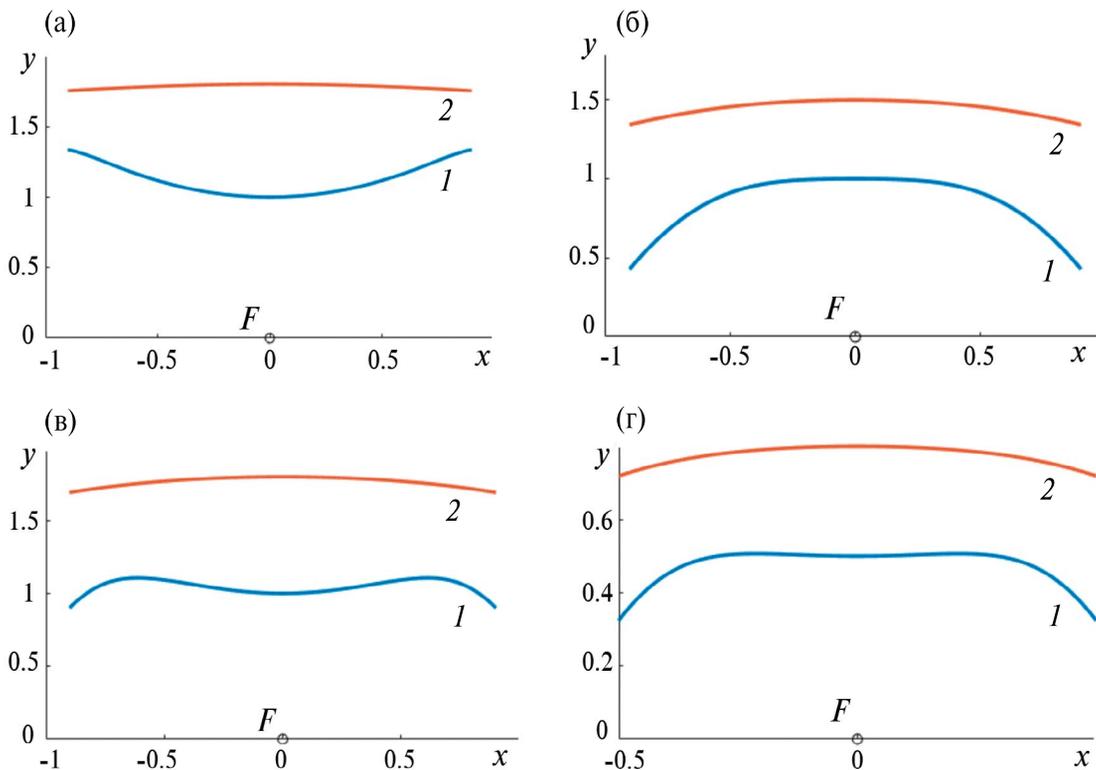


Рис. 3. Образующие первой (1) и второй (2) синтезированных апланатических зеркально-линзовых систем при различных наборах параметров: а) $f = 1$, $q = 0.8$, $n = 1.2$, $k = 0.95$, $b_1 = 0.4605$; б) $f = 1$, $q = 0.5$, $n = 1.1$, $k = 0.9$, $b_1 = -0.1111$; в) $f = 1$, $q = 0.8$, $n = 1.049$, $k = 0.99$, $b_1 = 0.4957$; г) $f = 0.5$, $q = 0.3$, $n = 1.3$, $k = 0.8$, $b_1 = 0.2778$.

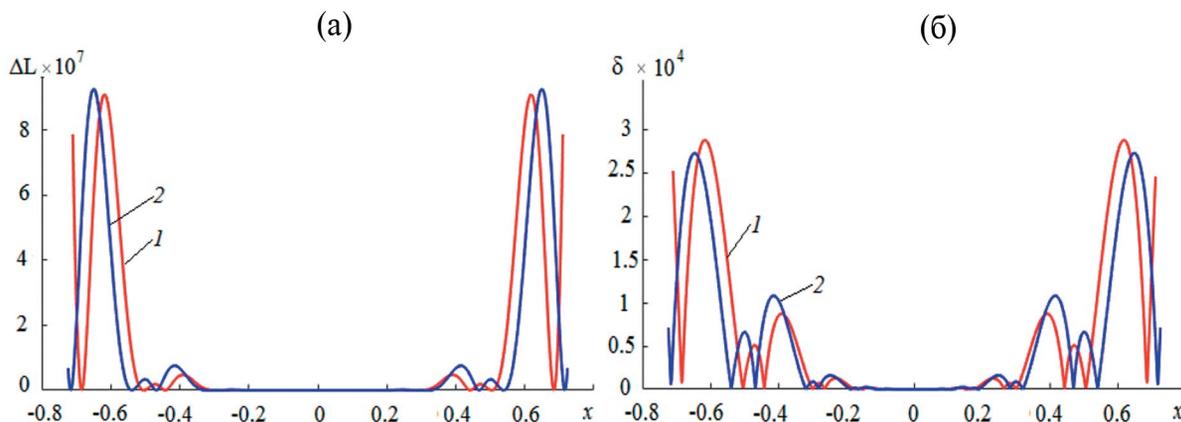


Рис. 4. Погрешности эйконала (а) и функции отображения (б): кривая 1 – $x_0 = 10^{-3}$ и 18 участков разбиения; кривая 2 – $x_0 = 10^{-5}$ и 23 участка разбиения.

двухвариантов величины начального участка соответствующего числа участков разбиения образующих приведены на рис. 4.

Как видно из рисунка, обе погрешности резко возрастают при приближении к краям апертуры системы, при этом точность синтеза не растет при уменьшении начального участка и соответствующего увеличения числа разбиений на участки.

2. СИНТЕЗА ПЛАНАТИЧЕСКОЙ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОЙ СИСТЕМЫ ПУТЕМ СВЕДЕНИЯ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ

Задачу синтеза образующих зеркально-линзовой системы можно решить используя альтернативный подход, а именно, путем сведения задачи синтеза к дифференциальному уравнению с запаздывающим аргументом.

Рассмотрим луч, параллельный оси y , преломляющийся в точке C , с координатами (x_C, y_C) , который после отражения в точке B и преломления в точке A попадает в фокус O (рис. 5).

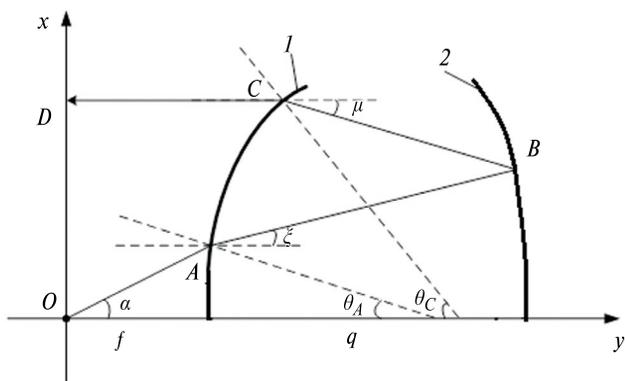


Рис. 5. Геометрия задачи для вывода дифференциального уравнения: 1 – образующая первой поверхности, 2 – образующая второй поверхности.

Предположим, что образующая искомой поверхности $y = y_1(x)$ уже определена на участке $0 \leq x \leq x_C$. Найдем производную $y_1'(x_C)$. Из условия апланатизма $x_C = \gamma \sin \alpha$ можно выразить $\alpha = \arcsin(x_C / \gamma)$. Пустим луч из фокуса O под углом α к оси y и найдем точку пересечения A с поверхностью линзы. Для координат этой точки справедливо уравнение

$$\operatorname{tg} \alpha = x_A / y_1(x_A),$$

решая которое известными численными методами, находим неизвестные координаты точки A .

Единичный вектор преломленного луча в точке A имеет вид $\vec{u} = (\sin \xi, \cos \xi)$, где

$$\xi = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha + \theta_A)}{n}\right) - \theta_A, \quad \theta_A = \operatorname{arctg}(y_1'(x_A)).$$

Обозначая длину вектора \vec{AB} через t , уравнение для эйконала луча

$$|OA| + tn + n|BC| + y_C = L_0$$

можно привести к виду

$$|OA| + nt + n\sqrt{P + 2tQ + t^2} + y_C = L_0, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} P &= (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2, \\ Q &= (y_A - y_C) \cos \xi - (x_C - x_A) \sin \xi, \\ L_0 &= 2f + 2nq, \quad |OA| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}. \end{aligned}$$

Уравнение (11) можно свести к линейному, из которого получаем

$$t = \frac{W^2 - P}{2(Q + W)},$$

где

$$W = \frac{1}{n}(L_0 - |OA| - y_C).$$

Используя единичный вектор отраженного луча

$$\vec{v} = (v_1, v_2) = \overline{BC} / |BC| = (x_C - x_A - t \sin \xi, y_C - y_A - t \cos \xi) / |BC|,$$

$$|BC| = W - t,$$

из закона преломления луча в точке C:

$$n \sin(\theta_C - \mu) = \sin \theta_C,$$

где $\mu = -\arctg(v_1 / v_2)$, $\theta_C = \arctg(y'_1(x_C))$,

нетрудно получить уравнение

$$y'_1(x_C) = \frac{-v_1}{1 / n + v_2}, \tag{12}$$

правая часть которого зависит от $x_C, y_C, x_A, y_A, y'_1(x_A)$, т.е. дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом.

Для нахождения его приближенного решения каким-либо численным методом (например, методом Рунге-Кутты) необходимо знать начальный участок кривой $y_1(x)$. Его можно получить из разложения искомой образующей в окрестности оси y ($y_1(x) = f + b_1 x^2 + \dots$). Подставляя первые два члена этого разложения в уравнение (12) и приравнявая члены первого порядка по x , находим

$$b_1 = \frac{q - n(\gamma - f)}{2q[\gamma(1 - n) - f]}.$$

В процессе решения уравнения (12) методом Рунге-Кутты координаты точки $B(x_B, y_B)$ на образующей второй поверхности $y = y_2(x)$ находим из соотношений

$$x_B = x_A + t \sin \xi, \quad y_B = y_A + t \cos \xi, \tag{13}$$

где координаты точки $A(x_A, y_A)$ были найдены выше.

На рис. 6 приведены зависимости погрешности эйконала и функции отображения для синтезированной системы с теми же параметрами, что и на рис. 4.

Как видно из рисунка, погрешности синтеза с использованием дифференциального уравнения меньше, чем с использованием формулы Келлехера. Дальнейшее повышение точности искомого профиля $y = y_1(x)$ можно обеспечить путем уменьшения шага интегрирования уравнения (11) и начального участка кривой.

3. АНАЛИЗ АБЕРРАЦИЙ ЭЙКОНАЛА ПРИ СМЕЩЕНИИ ИСТОЧНИКА ИЗ ФОКУСА

Найдем величину эйконала на выходной поверхности системы при смещении положения источника в точку $O_1(\delta_x, 0, \delta_z)$. Рассмотрим луч, который выходит из точки O_1 , падает на линзу в точке P_2 , преломляется, попадает в точку B_2 , отражается от зеркала и попадает в точку A (рис. 7). Эйконал этого луча определяется формулой

$$\Phi_1(O_1A) = |O_1P_2| + n|P_2B_2| + n|B_2A|.$$

Рассмотрим другой луч, выходящий из фокуса O и падающий на поверхность линзы в точке P с координатами $P(x_p, y_p, z_p)$. Луч преломляется линзой, падает на зеркало в точке B с координатами $B(X_B, Y_B, Z_B)$, отражается от него и падает на поверхность линзы в той же точке A .

Подставляя координату x_A в условие апланатизма (8), находим угол α , а из соотношения $\alpha = \arctg(x_p / z(r_p))$ находим x_p . Далее по формуле (6) находим координаты точки B .

Рассмотрим луч, проходящий через точку A , с координатами R_A, φ , который выходит из фокуса. Эйконал луча $AB_1P_1O_1$ выражается суммой

$$\Phi_2(O_1A) = |O_1P_1| + n|P_1B_1| + n|B_1A|, \tag{14}$$

(см. рис. 7) и с точностью до третьего порядка малости по величине смещений может быть представлен в виде

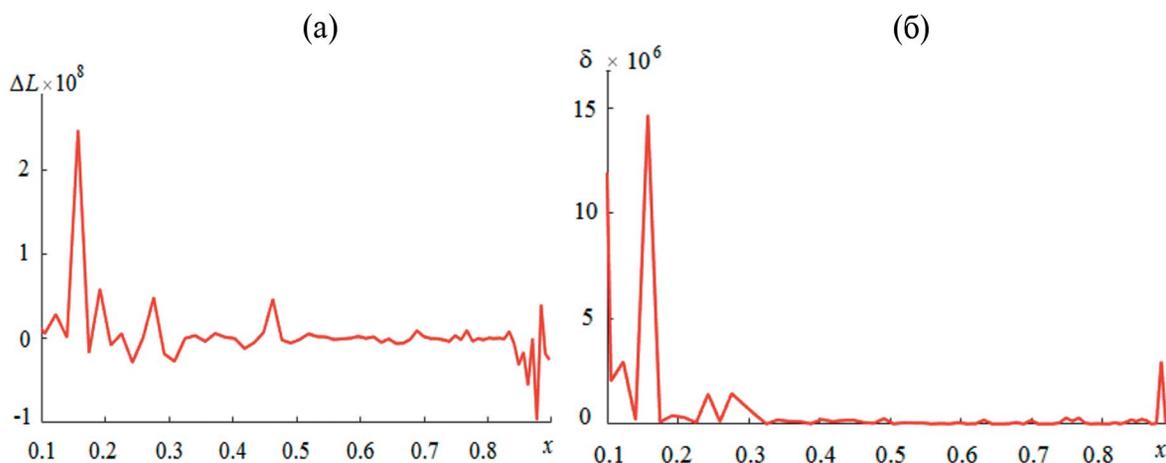


Рис. 6. Погрешности синтеза эйконала (а) и функции отображения (б).

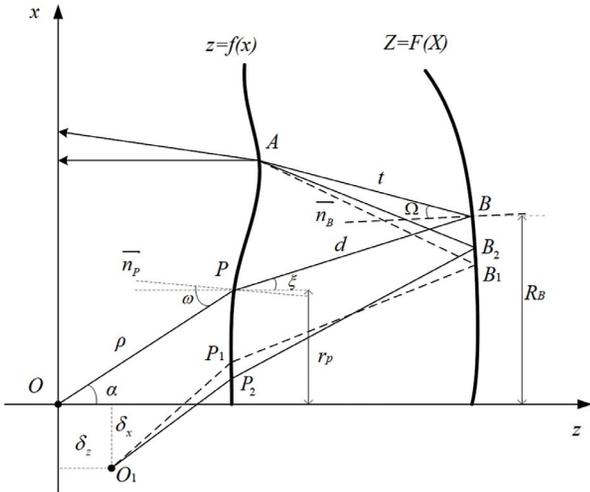


Рис. 7. Лучи при смещенном (в точку O_1) и несмещенном источнике.

$\Phi_2(O_1A) = \rho + nd + nt + \Phi_\delta(\delta_X, \delta_Z, \Delta x, \Delta y, \Delta X, \Delta Y)$,
 где $|OP| = \rho$, $|PB| = d$, $|BA| = t$, а приращения $\Delta x, \Delta y, \Delta X, \Delta Y$ могут быть найдены с использованием принципа Ферма для луча из системы линейных уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Delta x} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta y} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta X} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta Y} = 0,$$

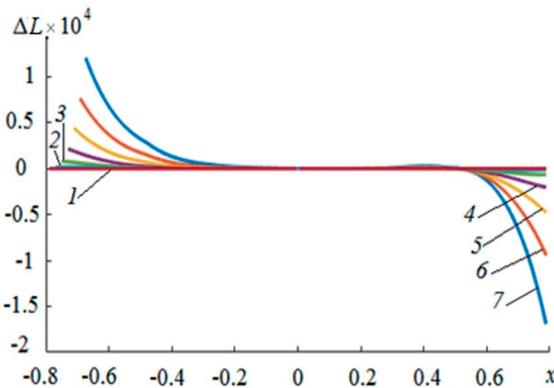
из которых можно найти поправки к координатам точек $P(x_P, y_P, z_P)$ и $B(X_B, Y_B, Z_B)$:

$$\Delta x = \frac{-2M_{X2}A_{1X}}{4A_{2X}M_{X2} - nN_X^2}, \quad \Delta y = \frac{-2M_{Y2}Q_{Y1}}{4A_{2Y}M_{Y2} - nN_Y^2},$$

$$\Delta X = \frac{-N_X \Delta x}{2M_{X2}}, \quad \Delta Y = \frac{-N_Y \Delta y}{2M_{Y2}},$$

где

(а)



(б)

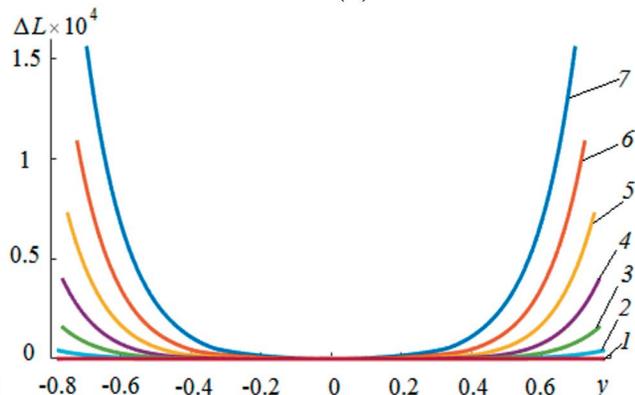


Рис. 8. Разность эйконала в меридиональной (а) и сагитальной (б) плоскостях для различных величин смещения источника в меридиональной плоскости: 0(1), 0.05(2), 0.1(3), 0.15(4), 0.2(5), 0.25(6) и 0.3(7).

$$M_{X2} = \frac{\cos^2 \Omega}{2\cos^2(\Omega - \xi)} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{d} \right) + F_B'' \cos \Omega \cos(\Omega - \xi),$$

$$M_{Y2} = \frac{1}{2d} + \frac{1}{2t} + \frac{\sin(\Omega - \xi) \cos(\Omega)}{R_B},$$

$$N_X = \frac{-\cos \Omega \sqrt{n^2 - \sin^2 \omega}}{nd \cos(\omega - \alpha) \cos(\Omega - \xi)},$$

$$N_Y = -\frac{1}{d}, \quad A_{1X} = W \delta_R \cos \varphi \cos \alpha - W \delta_Z \sin \alpha,$$

$$W = \frac{\cos \omega}{\rho \cos(\omega - \alpha)},$$

$$A_{2X} = \frac{1}{2\cos^2(\omega - \alpha)} \left(\frac{\cos^2 \omega}{\rho} + \frac{n^2 - \sin^2 \omega}{nd} \right) + \frac{(\cos \alpha - n \cos \xi)}{2} f_P'',$$

$$A_{2Y} = \frac{nR_B}{2d\rho \sin \alpha}, \quad Q_{Y1} = \frac{\delta_R \sin \varphi}{\rho}, \quad R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2},$$

$$R_{B1} = \sqrt{(X_B + \Delta \tilde{X})^2 + (Y_B + \Delta \tilde{Y})^2}$$

(углы $\alpha, \omega, \xi, \Omega$ см. на рис. 5).

Далее находим точки

$$P_1(x_p + \Delta \tilde{x}, y_p + \Delta \tilde{y}, f(r_{p1})) \text{ и}$$

$$B_1(X_B + \Delta \tilde{X}, Y_B + \Delta \tilde{Y}, F(R_{B1})),$$

где

$$\Delta \tilde{x} = \Delta x \cos \varphi + \Delta y \sin \varphi,$$

$$\Delta \tilde{y} = \Delta x \sin \varphi - \Delta y \cos \varphi,$$

$$\Delta \tilde{X} = \Delta X \cos \varphi + \Delta Y \sin \varphi,$$

$$\Delta \tilde{Y} = \Delta X \sin \varphi - \Delta Y \cos \varphi,$$

и вычисляем значение эйконала в точке A по формуле (14).

Величина $\Delta L = \Phi_1(O_1A) - \Phi_2(O_1A)$, равная разности значений эйконала в зеркально-линзовой системе с параметрами $f = 1.3$, $q = 0.7$, $k = 0.9$, вычисленными методом геометрической оптики по точной формуле (13) и с помощью приближенной формулы (14) в двух плоскостях при единичном диаметре апертуры системы, показана на рис. 8.

Из рисунка видно, что погрешность вычисления эйконала на выходе системы с использованием формулы (14) не превышает 2×10^{-4} , т.е. исследование aberrаций в зеркально-линзовой системе с такой точностью можно осуществлять с помощью формулы (14) без проведения трассировки лучей.

4. ОПТИМИЗАЦИЯ АПЛАНАТИЧЕСКОЙ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВОЙ СИСТЕМЫ

Задача оптимизации зеркально-линзовой системы состоит в нахождении параметров f , q , k и фокальной кривой, которые обеспечивают минимальную среднеквадратическую aberrацию (СКА) эйконала на выходе системы при смещении источника из фокуса в плоскости XZ .

Величину СКА будем определять по формуле

$$\sigma = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (L_i - L_0)^2}, \quad (15)$$

где L_i – эйконал луча с номером i , N – количество учтенных лучей, D – диаметр апертуры системы, L_0 – эйконал луча, относительно которого СКА имеет минимальное значение.

Проведем анализ СКА зеркально-линзовой системы, синтезированной для конкретного набора параметров и заданного значения угла зрения. Для вычисления СКА системы по формуле (15) необходимо найти эйконалы лучей и величину эйконала L_0 опорного луча, относительно которого будет рассчитываться СКА.

При смещенном относительно фокуса положении источника на фокальной линии 3 (рис. 9) углы выхода лучей будут разные. Рассмотрим несколько лучей, выходящих из точки F на фокальной линии и проходящих вблизи оси зеркально-линзовой системы. По формуле (15) найдем СКА относительно каждого из этих лучей от источника до соответствующего фронта 4. Выберем из полученных величин СКА минимальное значение, а эйконал соответствующего (опорного) луча обозначим L_0 . По формуле (15) найдем СКА для массива лучей, покрывающих всю апертуру зеркально-линзовой системы.

В зеркально-линзовых системах при заданном показателе преломления диэлектрика n величина СКА зависит от угла зрения, трех геометрических параметров (f , q , k) и геометрии фокальной линии.

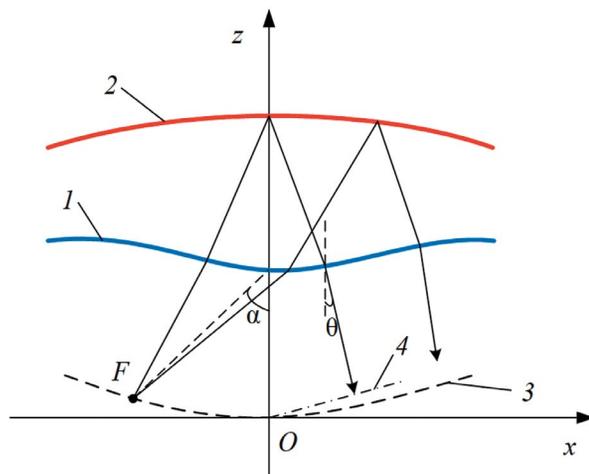


Рис. 9. Геометрия лучей в зеркально-линзовой системе при смещенном источнике: 1, 2 – образующие первой и второй поверхности, 3 – фокальная линия, 4 – фронт, соответствующий опорному лучу.

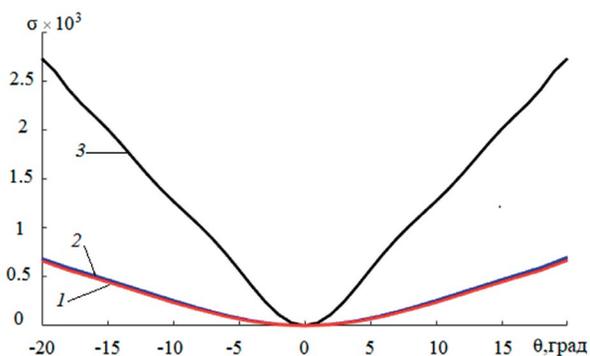


Рис. 10. Зависимость среднеквадратической aberrации от угла зрения: зеркально-линзовая система, оптимизированная с использованием трассировки лучей (1) и приближенной формулы (2), однозеркальная система (3).

В качестве примера рассмотрим оптимизацию апланатической зеркально-линзовой системы с углом зрения 40° и диэлектрической проницаемостью материала линзы $\epsilon = 1.1$. В результате предварительной с использованием формулы (14) оптимизации параметров зеркально-линзовой системы с целью минимизации величины СКА были найдены оптимальные значения параметров ($f = 0.957$, $q = 0.843$, $k = 0.963$) и геометрия фокальной линии. Далее, путем оптимизации в окрестности найденных параметров с использованием трассировки лучей были найдены уточненные значения оптимальных параметров ($f = 1.188$, $q = 0.612$, $k = 0.99$) и геометрии фокальной линии.

На рис. 10 приведены зависимости СКА от угла зрения θ зеркально-линзовой системы, оптимизированной с использованием трассировки лучей и формулы (14). Для сравнения на том же рисунке приведена аналогичная зависимость для однозеркальной системы с параболическим зеркалом

с аналогичными размерами (той же апертурой и фокусным расстоянием, равным $f + q$).

Как видно из рисунка, величина СКА апланатической зеркально-линзовой системы, оптимизированной двумя методами для угла зрения $\theta = 40^\circ$, практически не отличается и при этом в 4 раза меньше, чем у однозеркальной системы с параболическим зеркалом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

Методика синтеза образующих системы путем сведения к дифференциальному уравнению с запаздывающими аргументами дает более точное решение, чем рекурсивная методика с использованием формулы Келлехера.

Приближенная формула для аберрации эйконала лучей на выходной поверхности системы позволяет находить среднеквадратическую аберрацию при смещении источника и проводить оптимизацию параметров без проведения трассировки лучей.

Среднеквадратическая аберрация оптимизированной зеркально-линзовой системы для угла зрения 40° приблизительно в 4 раза меньше, чем СКА однозеркальной системы с параболическим зеркалом и аналогичными размерами.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (тема 0030-2019-006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schmidt B. // Centralzeitung für Optik und Mechanik. 1931. V. 52. № 2. P. 25.
2. Максудов Д. Д. Астрономическая оптика. 2-е изд. Л.: Наука, 1979.
3. Михельсон Н. Н. Оптика астрономических телескопов и методы ее расчета. М.: Физматлит, 1995.
4. Калошин В. А., Фролова Е. В. // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 12. <http://jre.cplire.ru/jre/dec15/19/text.pdf>.
5. Kelleher K. S. // J. Appl. Phys. 1950. V. 21. № 6. P. 573.

SYNTHESIS AND ANALYSIS OF AN APLANATIC MIRROR-LENS SYSTEM WITH AXIAL SYMMETRY

A. S. Venetsky^a, V. A. Kaloshin^a, Trinh Van Tuan^b

^aKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics RAS, Mokhivaya Str. 11, build. 7, Moscow, 125009 Russian Federation

^bMoscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Institutskii Lane 9, Dolgoprudny, Moscow region, 141700 Russian Federation

Received October 19, 2023, revised October 24, 2023, accepted November 24, 2023

The problems of synthesis and analysis of an axisymmetric aplanatic mirror-lens system that transforms the spherical front of a source into a flat one are considered. Two methods have been developed for solving the problem of synthesizing the system's generatrices: using a numerical procedure and the Kelleher formula, and also by reducing it to a differential equation with a retarded argument. Formulas are obtained for the eikonal in the aperture of the system when the source is displaced from the focus. The dependence of the mean square aberration of the eikonal on the system parameters has been studied and their optimal values have been found.

Keywords: mirror-lens systems, aplanatic systems, synthesis, root-mean-square aberration