

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СИСТЕМЕ ИЗ ДВУХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С КУБИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

© 2024 г. А. П. Иванов^{а, *}, В. Г. Шавров^б, В. И. Щеглов^б

^аСыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,
Октябрьский просп., 55, Сыктывкар, 167001 Российская Федерация

^бИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: alivaht@mail.ru

Поступила в редакцию 25.10.2022 г.

После доработки 21.02.2023 г.

Принята к публикации 24.03.2023 г.

Рассмотрены нестационарные колебания в системе из двух осцилляторов с кубической связью, возникающей в задаче о возбуждении упругих колебаний в схеме магнитоэстрикционного преобразователя. Выявлены три основных режима колебаний: регулярные биения, гигантские осцилляции и несимметричные осцилляции с постоянной составляющей. Относительно режима гигантских осцилляций показано, что плавные осцилляции сопровождаются частыми мелкими колебаниями небольшой амплитуды, период которых на три порядка меньше периода основных колебаний. Для интерпретации наблюдаемых явлений предложена модель динамического потенциала, перемещение минимума которого дает основную составляющую гигантских осцилляций, а локальные колебания вокруг динамического минимума обеспечивают тонкую структуру частых колебаний.

Ключевые слова: нелинейные колебания, связанные осцилляторы, кубическая нелинейность

DOI: 10.31857/S0033849424050069, **EDN:** ILNHFP

ВВЕДЕНИЕ

Важной задачей современного естествознания является исследование сильно нелинейных динамических процессов [1, 2], в том числе в магнитных и магнитоупругих средах, где они обладают значительным разнообразием [3, 4]. Одним из таких процессов является возбуждение мощного гиперзвука в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ) с помощью магнитоэстрикционного преобразователя [5]. Сложность математического аппарата при решении этой задачи требует поиска достаточно простых математических моделей, отражающих основную физику явлений. Распространенный способ построения подобных моделей состоит в представлении сложной колебательной системы в виде ансамбля автоколебательных осцилляторов Ван дер Поля [6–12]. В работе [13] было показано, что уравнения движения для намагниченности и упругого смещения, приведенные в работе [5], можно свести к упрощенной системе уравнений, описывающей вынужденные колебания в системе из двух связанных осцилляторов. При этом первый осциллятор соответствует магнитной системе и является нелинейным, а второй — соответствует упругой системе и является линейным. Интерпретация магнитоупругих колебаний на основе модели связанных линейного и нелинейного осцилляторов рассмотрена в работе [14, с. 36], а также [15–18].

В работе [19] рассмотрены подобные колебания в условиях кубической нелинейности и квадратичной связи между осцилляторами. Выявлены два основных режима колебаний: регуляризированный и квазихаотический, поочередно сменяющие друг друга по мере увеличения уровня возбуждения. Все исследования ограничены условиями квадратичной связи между осцилляторами. В то же время общая система уравнений для осцилляторов, описывающая магнитные и упругие колебания, содержит кроме квадратичной также кубическую связь, которой в работе [19] не было уделено должного внимания. Практика показывает, что в этом случае имеют место новые режимы колебаний, принципиально отличные от описанных в [19].

Целью данной работы является исследование таких режимов. Для упрощения в сочетании с достаточным обобщением расчеты были выполнены в нормированных относительных единицах. В то же время согласно работе [13] используемый далее математический аппарат может быть применен для расчета магнитоупругих колебаний в материалах, традиционно используемых в магнитоэстрикционных преобразователях. Необходимыми условиями для таких материалов является достаточно высокая магнитоупругая связь и низкий уровень потерь магнитных и упругих колебаний. К числу материалов, отвечающих таким требованиям, можно

отнести, например, железо-иттриевый и тербиевый ферриты-гранаты. Связь используемых здесь нормированных величин с параметрами реальных материалов приведена в работах [13, 14].

1. ОСНОВНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

В общем виде система уравнений для связанных осцилляторов имеет вид [14, с. 38]:

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial U_S}{\partial x_1} = A \cos(\omega t); \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \beta_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{\partial U_S}{\partial x_2} = 0, \quad (2)$$

где потенциал определяется формулами [14, с. 38]:

$$U_S = U_S^{(1)} + U_S^{(2)} + U_S^{(3)} + U_S^{(4)}, \quad (3)$$

а слагаемые потенциала имеют вид

$$U_S^{(1)} = \psi_1 x_1 + \psi_2 x_2; \quad (4)$$

$$U_S^{(2)} = \zeta_1 x_1^2 + \zeta_2 x_1 x_2 + \zeta_3 x_2^2; \quad (5)$$

$$U_S^{(3)} = \xi_1 x_1^3 + \xi_2 x_1^2 x_2 + \xi_3 x_1 x_2^2 + \xi_4 x_2^3; \quad (6)$$

$$U_S^{(4)} = \eta_1 x_1^4 + \eta_2 x_1^3 x_2 + \eta_3 x_1^2 x_2^2 + \eta_4 x_1 x_2^3 + \eta_5 x_2^4. \quad (7)$$

Из этих выражений обобщенные силы могут быть получены путем дифференцирования по переменным $x_{1,2}$. Потенциал $U_S^{(1)}$ дает статическую постоянную силу, которая на колебания никак не влияет, поэтому можно принять $\psi_{1,2} = 0$, т.е. $U_S^{(1)} = 0$.

Дифференцируя потенциалы, получаем

$$\frac{\partial U_S^{(2)}}{\partial x_1} = 2\zeta_1 x_1 + \zeta_2 x_2; \quad (8)$$

$$\frac{\partial U_S^{(3)}}{\partial x_1} = 3\xi_1 x_1^2 + 2\xi_2 x_1 x_2 + \xi_3 x_2^2; \quad (9)$$

$$\frac{\partial U_S^{(4)}}{\partial x_1} = 4\eta_1 x_1^3 + 3\eta_2 x_1^2 x_2 + 2\eta_3 x_1 x_2^2 + \eta_4 x_2^3; \quad (10)$$

$$\frac{\partial U_S^{(2)}}{\partial x_2} = \zeta_2 x_1 + 2\zeta_3 x_2; \quad (11)$$

$$\frac{\partial U_S^{(3)}}{\partial x_2} = \xi_3 x_1^2 + 2\xi_3 x_1 x_2 + 3\xi_4 x_2^2; \quad (12)$$

$$\frac{\partial U_S^{(4)}}{\partial x_2} = \eta_2 x_1^3 + 2\eta_3 x_1^2 x_2 + 3\eta_4 x_1 x_2^2 + 4\eta_5 x_2^3. \quad (13)$$

Подставляя производные от потенциалов в уравнения (1), (2), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + 2\zeta_1 x_1 + \zeta_2 x_2 + \\ + 3\xi_1 x_1^2 + 2\xi_2 x_1 x_2 + \xi_3 x_2^2 + \\ + 4\eta_1 x_1^3 + 3\eta_2 x_1^2 x_2 + 2\eta_3 x_1 x_2^2 + \\ + \eta_4 x_2^3 = A \cos(\omega t); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \beta_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + 2\zeta_3 x_2 + \zeta_2 x_1 + \\ + 3\xi_4 x_2^2 + 2\xi_3 x_1 x_2 + \xi_2 x_1^2 + \\ + 4\eta_5 x_2^3 + 3\eta_4 x_1 x_2^2 + 2\eta_3 x_1^2 x_2 + \eta_2 x_1^3 = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Первое из этих уравнений соответствует магнитной системе, второе — упругой. Следуя физическому содержанию задачи, в первом уравнении выделяем те слагаемые, которые отражают кубическую нелинейность, квадратичную и кубическую связь, во втором оставляем только линейную связь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + 2\zeta_1 x_1 + 4\eta_1 x_1^3 + \\ + \xi_3 x_2^2 + \eta_4 x_2^3 = A \cos(\omega t); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \beta_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + 2\zeta_3 x_2 + \zeta_2 x_1 = 0. \quad (17)$$

Потенциалы принимают вид

$$U_S^{(2)} = \zeta_1 x_1^2 + \zeta_2 x_1 x_2 + \zeta_3 x_2^2; \quad (18)$$

$$U_S^{(3)} = \xi_3 x_1 x_2^2; \quad (19)$$

$$U_S^{(4)} = \eta_1 x_1^4 + \eta_4 x_1 x_2^3. \quad (20)$$

Полученная система (16)–(17) близка к рассмотренной в работе [19]. Отличие состоит в том, что первое уравнение системы в [19] содержит только квадратичную связь, т.е. $\xi_3 x_2^2$, тогда как здесь в том же уравнении присутствует дополнительное слагаемое кубической связи $\eta_4 x_2^3$. Именно это слагаемое обеспечивает особенности колебаний, рассматриваемые далее.

Для простоты рассмотрения оставим только кубическую связь, т.е. положим $\xi_3 = 0$. При этом система (16)–(17) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + 2\zeta_1 x_1 + \\ + 4\eta_1 x_1^3 + \eta_4 x_2^3 = A \cos(\omega t); \end{aligned} \quad (21)$$

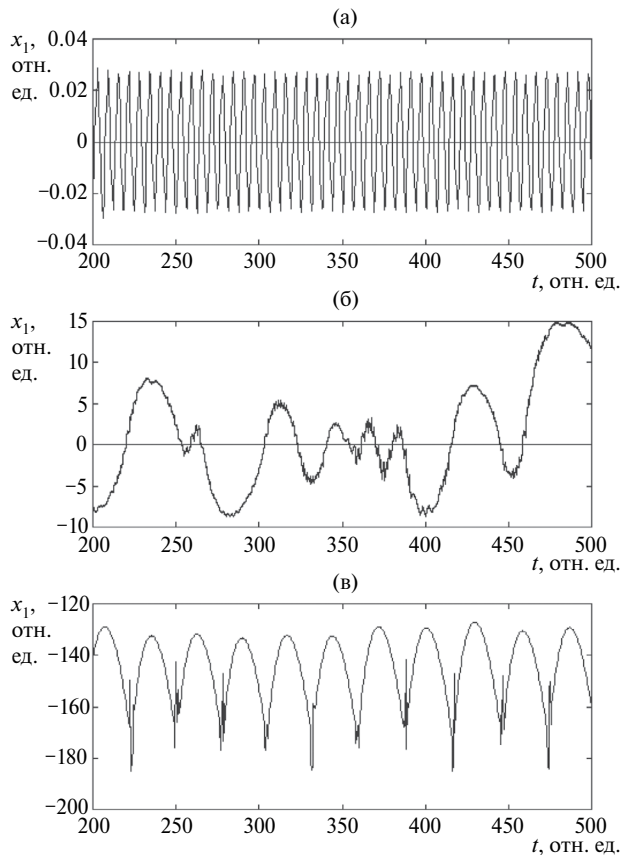


Рис. 1. Развертки по времени колебаний первого осциллятора x_1 , соответствующие разным режимам: (а) — регулярные биения, $A = 1.0$ отн.ед., $\eta_4 = 1.0$ отн.ед.; (б) — гигантские осцилляции, $A = 1.0$ отн.ед., $\eta_4 = 1.0$ отн.ед.; (в) — несимметричные осцилляции с постоянной составляющей, $A = 1.0$ отн.ед., $\eta_4 = 1.01$ отн.ед. (остальные параметры см. в тексте).

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \beta_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + 2\zeta_3 x_2 + \zeta_2 x_1 = 0. \quad (22)$$

Соответствующие потенциалы принимают вид

$$U_S^{(2)} = \zeta_1 x_1^2 + \zeta_2 x_1 x_2 + \zeta_3 x_2^2; \quad (23)$$

$$U_S^{(4)} = \eta_1 x_1^4 + \eta_4 x_1 x_2^3. \quad (24)$$

2. РЕЖИМЫ КОЛЕБАНИЙ ПЕРВОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Система уравнений (21)–(22) была решена численно методом Рунге-Кутты. Было рассмотрено развитие колебаний после включения возбуждения. Установлено, что связь при $\eta_4 x_2^3$ наряду с режимами, наблюдаемыми при $\xi_3 x_2^3$ [15–19], позволяет дополнительно реализовать три новых принципиально отличных режима. Эти режимы определяют специфическим выбором уровня возбуждения A и величины связи η_4 .

Рассмотрим развертки по времени колебаний первого осциллятора x_1 , соответствующие разным режимам (рис. 1). Для простоты параметры $2\zeta_1$, $2\zeta_3$, $4\eta_1$, ζ_2 , ω приняты равными единице, а параметры β_1 и β_2 — 0.05. Параметр η_4 в пределах 10 % варьировался вокруг единицы. Основным возбуждения подвергался параметр A , т.е. уровень возбуждения, который менялся от нуля до 2000 отн.ед. Период возбуждения составлял $2\pi \approx 6.28$ отн.ед. времени. Развертки на рис. 1 начинаются со времени 200 отн.ед., при котором процесс начальной релаксации, определяемый параметрами $\beta_{1,2}$, уже закончен. Значения специфических параметров A и η_4 , свойственные каждому режиму в отдельности, приведены в подписи к рисунку.

На рис. 1а показан режим регулярных биений. Этот режим имеет место при невысоком уровне возбуждения A , лежащем в интервале 0.01 до 0.20 отн.ед. При $A < 0.01$ колебания являются регулярными, имеют малую амплитуду x_1 (менее 0.02 отн.ед.) и происходят на частоте возбуждения. При увеличении A выше 0.01 колебания постепенно принимают вид биений, период которых в 5–7 раз больше периода возбуждения. Биения образованы колебаниями частоты возбуждения с заметной (до 30 %) примесью третьей гармоники. При $A > 0.20$ отн.ед. режим биений плавно переходит в хаотический, подобный описанному в работах [13–15]. Кроме третьей гармоники появляются составляющие пятой и более высоких гармоник, с большим количеством промежуточных частот. Амплитуда хаотических колебаний постепенно увеличивается, достигая 10–20 отн.ед., после чего при A порядка 1.0 отн.ед. этот режим плавно переходит в следующий (рис. 1б). Переход происходит путем прибавления низкочастотной составляющей (на один-два порядка ниже частоты возбуждения), что приводит к низкочастотной модуляции линии симметрии биений с примесью хаоса (горизонтальная линия по рис. 1б). Амплитуда низкочастотной составляющей начинает значительно превышать амплитуду биений, так что биения и хаос исчезают, уступая место следующему режиму.

Режим гигантских осцилляций (рис. 1б) возникает при амплитуде возбуждения A , изменяемой в диапазоне от 1.0 до 2000 отн.ед. При значениях A выше 2000 отн.ед. система уходит на бесконечность. Режим характеризуется высокой амплитудой x_1 (до 40–60 отн.ед.) и большим периодом, превышающим период возбуждения в десятки и сотни раз. Колебания являются нерегулярными, их период меняется хаотическим образом, в пределах от 100 до 500 ед. времени. В спектре колебаний преобладает низкочастотная составляющая (частота порядка 0.01–0.05 отн.ед.) с широкими крыльями по обе стороны, отклоняющимися от центральной частоты на 20 % и более, причем по мере увеличения A в указанных пределах период колебаний убывает с 500 до 50–100 ед. времени.

В интервале возбуждения A от 5.0 до 10 отн.ед. можно наблюдать режим несимметричных осцилляций с постоянной составляющей (рис. 1в). Этот режим по сравнению с предыдущим требует небольшого увеличения связи η_4 (или ζ_2), не более чем в 1.1 раз, после чего дальнейшее увеличение связи приводит к уходу системы на бесконечность. В этом режиме колебания x_1 имеют большую отрицательную постоянную составляющую (на уровне -150 отн.ед. и ниже). Амплитуда колебаний составляет 20–50 отн.ед., период в 3–4 раза превышает период возбуждения.

Из всех трех режимов наиболее легко возбуждается режим гигантских осцилляций, однако он тоже довольно критичен к выбору параметров, в первую очередь коэффициентов связи η_4 и ζ_2 . Так, при уменьшении коэффициентов η_4 и ζ_2 в 1.2–1.5 раз гигантские осцилляции переходят в обычный хаотический режим, а увеличение этих же коэффициентов выше 1.2 раза приводит к уходу системы на бесконечность.

Было установлено, что режим гигантских осцилляций реализуется за счет специфического соотношения между параметрами возвращающей силы $2\zeta_{1,3}$ и связи η_4 , ζ_2 . В рассмотренном на рис. 1 примере все эти параметры приняты равными единице, т.е. между собой равными. Именно такое равенство (или близость) приводит к большой величине периода гигантских осцилляций. При отклонении от равенства в пределах единиц процентов период осцилляций резко уменьшается, их амплитуда падает и гигантские осцилляции постепенно вырождаются в простой хаотический режим, подобный описанному в работах [13–15].

Как раз на пути к такому вырождению при параметрах, приведенных на рис. 1в, имеет место режим несимметричных осцилляций с постоянной составляющей.

3. СТРУКТУРА РЕЖИМА ГИГАНТСКИХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

Ввиду значительной ширины диапазона возбуждения, т.е. наибольшей распространенности режима гигантских осцилляций, рассмотрим этот режим более подробно.

На рис. 2а–2в представлены развертки по времени колебаний первого осциллятора x_1 , их производные dx_1/dt , а также прецессионный портрет $dx_1/dt(x_1)$, соответствующие режиму гигантских осцилляций.

Как видно из рис. 2а, смещение первого осциллятора испытывает нерегулярные перемежающиеся колебания, амплитуда которых достигает 50 отн.ед., а период хаотически меняется в пределах от 200 до 600 отн.ед. времени. Производная таких колебаний, представленная на рис. 2б, не соответствует плавному изменению самой функции $x_1(t)$, а имеет вид резких всплесков релаксационного характера, время нарастания и спада которых значительно, почти на порядок, меньше периода изменения x_1 , наблюдаемого на рис. 2а. Огибающая каждого всплеска производной имеет весьма частое периодическое заполнение, что в масштабе рисунка имеет вид сплошного “замазывания”.

Прецессионный портрет наблюдаемых колебаний (рис. 2в) имеет вид, подобный “горизонтальной восьмерке” [19], однако заметно искаженной.

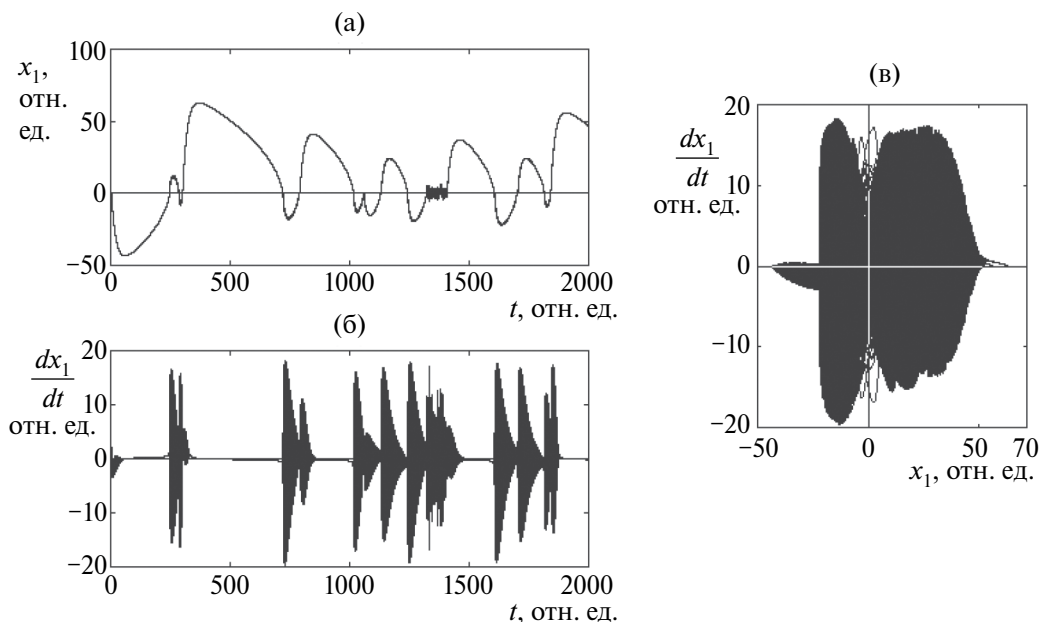


Рис. 2. Развертки по времени колебаний (а) и их производных (б), а также прецессионный портрет (в) для первого осциллятора при $A = 7.0$ отн.ед., $\eta_4 = 1.0$ отн.ед. (остальные параметры см. на рис. 1).

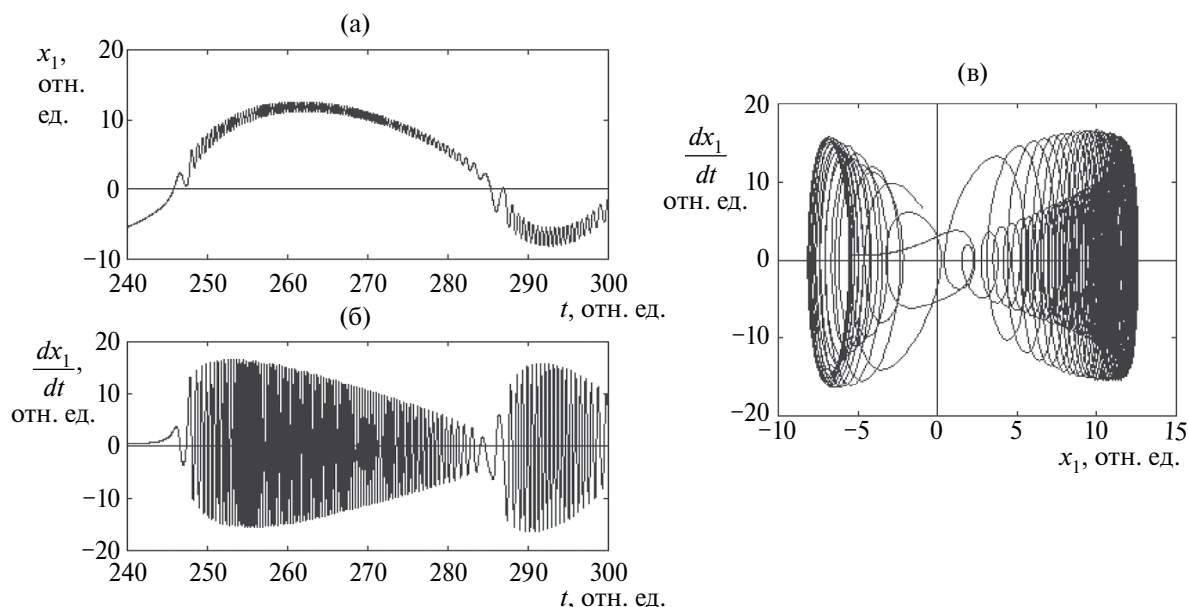


Рис. 3. Развертки по времени колебаний (а) и их производных (б), а также прецессионный портрет (в) для первого осциллятора, выполненные в увеличенном масштабе (параметры см. на рис. 2).

Сплошное замазывание производных на рис. 2б приводит к такому же замазыванию портрета на рис. 2в. Колебания второго осциллятора имеют характер, подобный колебаниям первого, но с несколько меньшей амплитудой, поэтому здесь отдельно не рассматриваются.

Таким образом, главным отличием гигантских осцилляций от классических режимов колебаний, в том числе хаотических, приведенных, например, в работах [15–19], состоит в несоответствии взрывного характера производных плавному характеру изменения основной функции.

Для выяснения такого противоречия был рассмотрен характер гигантских осцилляций в более крупном масштабе, позволяющем разрешить во времени колебания производной. Время развертки было выбрано заведомо меньшим периода гигантских осцилляций. Полученные результаты представлены на рис. 3.

Из рис. 3а видно, что развитие во времени гигантских осцилляций сопровождается весьма частыми колебаниями, период которых меньше периода основных колебаний почти на три порядка. Период таких колебаний меньше периода колебаний возбуждения (6.28 отн.ед.) также на два порядка. Амплитуда таких частых колебаний меньше амплитуды основных колебаний на порядок и на всем своем протяжении сохраняется постоянной.

Производная dx_1/dt , представленная на рис. 3б, развивается плавно и спадает тоже плавно, причем время спада превышает время нарастания почти на порядок. Период колебаний производной как раз

соответствует периоду частых колебаний основной развертки.

Прецессионный портрет, представленный на рис. 3в, также имеет вид “горизонтальной восьмерки”, причем левая часть этого портрета соответствует частым колебаниям в интервале времени от 287 до 300 отн.ед., т.е. отрицательному полупериоду колебаний на рис. 3а, а правая — колебаниям в интервале от 247 до 284 отн.ед. времени, т.е. положительному полупериоду осцилляций на рис. 3а.

Рассмотрение развертки колебаний в еще более крупном масштабе показывает, что частые колебания как смещения x_1 , так и производной dx_1/dt имеют правильный синусоидальный характер с постоянным периодом и амплитудой. Во времени такие колебания смещения и амплитуды сдвинуты по фазе относительно друг друга на 90° . То есть прецессионный портрет в этих условиях представляет собой спираль из одинаковых колец, постепенно сдвигающихся вдоль координаты смещения в соответствии с изменением x_1 во времени.

4. ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Рассмотрим интерпретацию наблюдаемых явлений на основе модели динамического потенциала. Согласно (23), (24) полный потенциал имеет вид

$$U_S = U_S^{(2)} + U_S^{(4)} = \zeta_1 x_1^2 + \zeta_2 x_1 x_2 + \zeta_3 x_2^2 + \eta_1 x_1^4 + \eta_4 x_1 x_2^3. \quad (25)$$

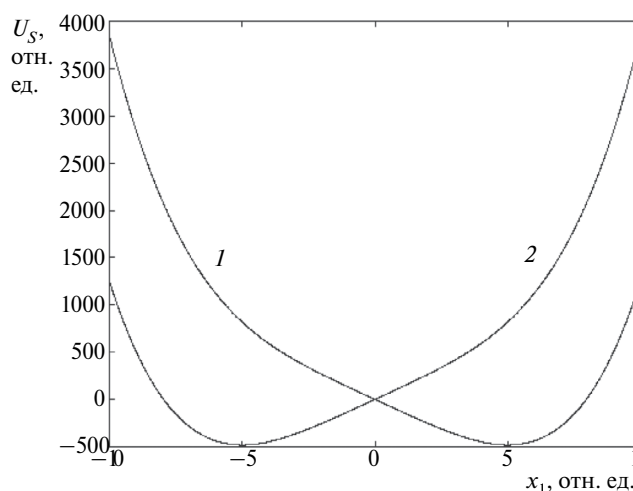


Рис. 4. Динамический потенциал для смещения первого осциллятора x_1 при крайних значениях параметра $x_2 = -5$ (1) и 5 (2).

Записываем в порядке убывания степени x_1 :

$$U_S = \eta_1 x_1^4 + \zeta_1 x_1^2 + (\zeta_2 x_2 + \eta_4 x_2^3) x_1 + \zeta_3 x_2^2; \quad (26)$$

Подставляя принятые в разд. 2 значения параметров, получаем

$$U_S = \frac{1}{4} x_1^4 + \frac{1}{2} x_1^2 + (\zeta_2 x_2 + \eta_4 x_2^3) x_1 + \frac{1}{2} x_2^2. \quad (27)$$

Это выражение можно рассматривать как зависимость потенциала от x_1 при задании в качестве параметра величины x_2 . Параметр x_2 определяется значением x_1 в соответствии с уравнением (22), так что осциллирует вместе с x_1 . Таким образом, колебания x_1 происходят в потенциале, который осциллирует в такт с самим собой.

На рис. 4 представлена схема потенциала U_S при двух крайних значениях x_2 . Значения параметра выбраны типичными для режима гигантских осцилляций.

Из рисунка видно, что потенциал имеет два минимума, чередующиеся во времени в такт с изменением параметра x_2 , при этом первый осциллятор следует за изменением положения минимума с амплитудой 5 отн.ед. Такие колебания соответствуют плавному характеру гигантских осцилляций. В то же время в окрестности каждого минимума также возможны локальные колебания, период которых будет значительно меньше периода изменения x_2 . То есть плавные колебания будут сопровождаться частыми мелкими колебаниями, как это видно из рис. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены нестационарные колебания в системе из двух осцилляторов с кубической связью. Система уравнений возникает в задаче возбуждения мощного гиперзвука в схеме

магнестрикционного преобразователя. Она содержит два уравнения, первое из которых соответствует нелинейным колебаниям намагниченности, а второе — линейным колебаниям упругого смещения. Особенностью нелинейной связи между осцилляторами является ее пропорциональность третьей степени упругого смещения. Приведена основная система уравнений, получаемых на основе введения динамического потенциала. Система решена методом Рунге—Кутты четвертого порядка. Выявлены три режима колебаний, зависящие от уровня внешнего возбуждения и параметра кубической связи между осцилляторами: регулярные биения, гигантские осцилляции, несимметричные осцилляции с постоянной составляющей. На основе исследования областей возбуждения по уровню возбуждения и степени нелинейности показано, что наиболее распространенным относительно интервалов изменения параметров является режим гигантских осцилляций. Исследована структура гигантских осцилляций. Выявлено несоответствие плавного характера самих осцилляций резкому “взрывному” характеру их производных. В результате исследования тонкой структуры колебаний показано, что плавные осцилляции гигантского характера сопровождаются частыми мелкими колебаниями небольшой амплитуды, период которых на три порядка меньше периода основных колебаний, что и обеспечивает “взрывной” характер производных. Для интерпретации наблюдаемых явлений предложена модель динамического потенциала. Показано, что основные плавные колебания обусловлены динамическим формированием потенциала первого осциллятора под воздействием второго осциллятора. Перемещение минимума такого потенциала дает основную составляющую гигантских осцилляций, а локальные колебания вокруг динамического минимума обеспечивают тонкую структуру частых колебаний.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). М.: Физматлит, 2001.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
4. Ле-Кроу Р., Комсток Р. // Физическая акустика / Под ред. У.П. Мэзона. Т. 3Б. Динамика решетки. М.: Мир, 1968. С. 156.

5. Власов В.С., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // РЭ. 2009. Т. 54. № 7. С. 863.
6. Станкевич Н.В., Астахов О.В., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. № 10. С. 46.
7. Станкевич Н.В., Попова Е.С., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. № 24. С. 17.
8. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Turukina L.V. // Phys. Lett. A. 2013. V. 377. P. 3291.
9. Karavaev A.S., Kulminskiy D.D., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. // Int. J. Bif. Chaos. 2015. V. 25. № 10. P. 1550134.
10. Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Караваев А.С., Прохоров М.Д. // ЖТФ. 2016. Т. 86. № 5. С. 1.
11. Станкевич Н.В., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // ЖТФ. 2017. Т. 87. № 6. С. 952.
12. Stankevich N.V., Kuznetsov A.P., Popova E.S., Seleznev E.P. // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2017. V. 43. P. 200.
13. Власов В.С., Иванов А.П., Котов Л.Н., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Сб. тр. XX Межд. конф. “Электромагнитное поле и материалы”. М.: НИИ МЭИ, 2012. С. 248.
14. Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. Нелинейные колебания в задаче возбуждения гиперзвука. Сыктывкар: Коми республ. типография, 2021.
15. Власов В.С., Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журнал радиоэлектроники. 2014. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan14/11/text.pdf>
16. Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 7. <http://jre.cplire.ru/jre/jul17/6/text.pdf>
17. Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug17/5/text.pdf>
18. Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug17/6/text.pdf>
19. Иванов А.П., Шавров В.Г., Щеглов В.И. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 8. <http://jre.cplire.ru/jre/aug20/7/text.pdf>

NONSTATIONARY OSCILLATIONS IN A SYSTEM OF TWO OSCILLATORS WITH CUBIC CONNECTION

A. P. Ivanov^{a,*}, V. G. Shavrov^b, V. I. Shcheglov^b

^a*Pitirim Sorokin Syktyvkar State University,*

Oktyabr'skii pr., 55, Syktyvkar, 167001 Komi Republic, Russian Federation

^b*Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences,
Mokhovaya ul., 11, str. 7, Moscow, 125009 Russian Federation*

^{*}*E-mail: alivaht@mail.ru*

Received October 25, 2022; revised February 21, 2023; accepted March 24, 2023

Nonstationary oscillations in a system of two oscillators with a cubic connection arising in the problem of excitation of elastic vibrations in the scheme of a magnetostrictive transducer are considered. Three main oscillation modes were identified: regular beats, giant oscillations and asymmetric oscillations with a constant component. With respect to the mode of giant oscillations, it is shown that smooth oscillations are accompanied by frequent small fluctuations of small amplitude, the period of which is three orders of magnitude less than the period of the main oscillations. To interpret the observed phenomena, a model of dynamic potential is proposed, the movement of the minimum of which gives the main component of giant oscillations, and local fluctuations around the dynamic minimum provide a fine structure of frequent fluctuations.

Keywords: nonlinear vibrations, connected oscillators, cubic nonlinearity