

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.876

ДВУХЛУЧЕВОЙ МЕТОД ДОСТИЖЕНИЯ УГЛОВОГО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ

© 2024 г. Б. А. Лаговский, А. Б. Самохин

МИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация

E-mail: absamokhin@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.10.2023 г.

После доработки 17.10.2023 г.

Принята к публикации 20.11.2023 г.

Обоснован новый метод цифровой обработки сигналов угломерных систем на основе цифровых антенных решеток, позволяющий повысить качество изображений одно- и двумерных объектов. Метод может быть применен в оптическом, инфракрасном терагерцовом диапазонах длин электромагнитных волн. В ходе численных экспериментов проведено сравнение эффективности предложенного метода с известными. Приведены и обсуждены результаты экспериментов на математических моделях.

Ключевые слова: критерий Рэлея, угловое сверхразрешение, интегральное уравнение типа свертки, параметризация обратных задач, устойчивость обратных задач, числа обусловленности

DOI: 10.31857/S0033849424050043, EDN: ILMSCI

ВВЕДЕНИЕ

Известно немало методов достижения сверхразрешения угломерными системами в задачах радио- и гидролокации, дистанционного зондирования, геофизики, акустики за счет цифровой обработки принимаемых сигналов [1–11]. Практически все методы и алгоритмы обработки имеют какие-либо ограничения. Так, решения со сверхразрешением удается получить при отношении сигнал/шум (ОСШ) не ниже 20...25 дБ. Большинство известных методов эффективны только при решении одномерных задач. Двумерные задачи требуют существенного усложнения алгоритмов, что значительно повышает время обработки сигналов [12]. Последнее не позволяет применять их при работе в режиме реального времени. Еще одно ограничение на эффективность многих методов – возможность использования только узкополосных сигналов.

Целью работы является модификация алгебраического метода и его разновидностей, позволяющая повысить помехоустойчивость и достигаемый уровень сверхразрешения для цифровых антенных решеток (ЦАР).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрена задача восстановления изображений объектов наблюдения на основе алгебраических методов с максимально возможным угловым разрешением. Известными считались принимаемый при сканировании зоны наблюдения по

угловым координатам (x, y) сигнал $U(x, y)$ и диаграмма направленности (ДН) антенной системы $f(x, y)$. В рассматриваемых задачах удобно использовать декартову систему координат, где углы x и y отсчитываются от нормали к апертуре антенной системы.

Алгебраические методы и их модификации основаны на обработке сигнала, принимаемого измерительной системой, который в задачах пассивной локации представляет собой двумерное интегральное уравнение (ИУ) Фредгольма первого рода:

$$U(x, y) = \int_{\Omega} f(x, x', y, y') I(x', y') dx' dy', \quad (1)$$

где (x, y) – направление максимума луча при сканировании, Ω – телесный угол, в котором расположен источник излучения, $I(x', y')$ – искомое угловое распределение амплитуды излучаемого объектом сигнала.

В задачах активной локации вместо (1) следует использовать ИУ

$$U(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \int_{\Omega} f_r(x, x', y, y') f_e(\tilde{x}, x', \tilde{y}, y') I(x', y') dx' dy', \quad (2)$$

где (x, y) и $(\tilde{x}, \tilde{y})$ – направления максимумов сканирующих приемной f_r и передающей f_e ДН соответственно. Обычно при сканировании направления (x, y) и $(\tilde{x}, \tilde{y})$ у приемной и передающей диаграмм направленности АР совпадают или же оказываются сдвинуты на фиксированный угол. Назовем

такой режим работы однолучевым. Режим работы, при котором возможно независимое сканирование приемной и передающей ДН будем называть двухлучевым.

Известно, что при проведении измерений угловое разрешение δx и δy ограничено критерием Рэлея

$$\delta x \cong \lambda / X, \quad \delta y \cong \lambda / Y, \quad (3)$$

где X и Y — линейные размеры антенной системы по соответствующим направлениям, λ — используемая длина волны.

Сверхразрешение, основанное на различных методах цифровой обработки сигнала, позволяет повысить качество изображения объекта $I(x, y)$ за счет превышения критерия Рэлея (3). Задача достижения сверхразрешения является обратной и некорректной по Адамару, что часто приводит к получению неустойчивых и неадекватных решений.

Алгебраические методы решения рассматриваемых обратных задач в виде ИУ (1), (2) основаны на представлении решения $I(x, y)$ в виде разложения по задаваемой системе ортогональных функций $\{g\}$ в области расположения источника Ω с неизвестными коэффициентами B_m [13–15]:

$$I(x, y) \cong \sum_{m=1}^M B_m g_m(x, y), \quad (4)$$

где M — число функций системы $\{g\}$, используемых при представлении приближенного решения. Тем самым задача сводится к поиску вектора коэффициентов B , т.е. проводится параметризация задачи.

Далее, $I(x)$ в виде (4) подставляется в (1) или (2) и решение задачи в среднеквадратичном приближении сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [16–20]:

$$\mathbf{V} = \mathbf{D} \mathbf{B}, \quad (5)$$

где коэффициенты матрицы $\mathbf{D}$ и вектора $\mathbf{V}$ определяются как

$$D_{mn} = \int_{\Omega} \varphi_m(x') \varphi_n(x') dx',$$

$$V_m = \int_{\Omega} U(x) \varphi_m(x) dx, \quad m, n = 1, 2, \dots, M. \quad (6)$$

Функция φ_m в задачах однолучевой пассивной локации (1) представляет собой

$$\varphi_m(x) = \int_{\Omega} f_r(x, x') g_m(x') dx'; \quad (6a)$$

а в задачах однолучевой активной локации (2) —

$$\varphi_m(x) = \int_{\Omega} f_r(x, x') f_e(x') g_m(x') dx'. \quad (6b)$$

В (6) учтено, что область углов приема сигнала Θ может превышать область углов Ω , в которой расположен источник сигналов. Расширение области Ω в (6) до Θ повышает устойчивость решений. При этом, однако, уменьшается отношение сигнал/шум (ОСШ) в исследуемом сигнале, что может негативно повлиять на устойчивость решений. Границы Θ следует выбирать исходя из допустимого уровня снижения полезного сигнала по сравнению с максимальным.

С ростом числа функций M в (4) возрастает качество получаемого решения за счет повышения углового разрешения. При этом, однако, быстро ухудшается устойчивость получаемых решений, поскольку решается обратная некорректная задача и СЛАУ (5) оказываются плохо обусловлены.

Для каждой конкретной задачи существует предельное значение M , при котором еще можно получить устойчивое решение. Это значение зависит в основном от ОСШ, от точности проведенных измерений и, в несколько меньшей степени, от выбранной системы функций $\{g\}$.

Для повышения устойчивости решений обратных задач часто рекомендуется использовать какую-либо дополнительную информацию о решении [21].

Для получения информации такого рода воспользуемся возможностью раздельного управления приемной и передающей ДН. Для цифровых антенных решеток (ЦАР) возможно проводить одновременное независимое сканирование приемным и передающим лучами, что позволяет получать значительно больше информации об объекте в виде (2), чем при однолучевом сканировании.

Повышение устойчивости дает возможность увеличить число функций M в (4) и, следовательно, уровень достигаемого сверхразрешения.

Ставится задача использования информации, полученной при двухлучевом сканировании ЦАР для улучшения приближенного численного решения ИУ (2).

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Выделим три основных метода цифровой обработки сигнала в виде (2).

2.1. Интегрирование по углам сканирования

Первый метод основан на интегрировании ДН по углам (x, y) приемной или углам $(\tilde{x}, \tilde{y})$ излучающей систем.

Пусть сканирование приемной системой области Ω проводится по одной координате. Добавление второй координаты делает получаемые формулы более громоздкими, но не меняет подход к решению и не сказывается на итоговых результатах.

После интегрирования по x приходим к ИУ относительно искомой функции $I(x)$ с ядром F :

$$\tilde{U}(\tilde{x}) = \int_{\Omega} F(\tilde{x} - x') I(x') dx', \quad (7)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\tilde{x}) &= \int_{\Omega} U(x, \tilde{x}) dx = \int_{\Omega} f_e(\tilde{x}, x') I(x') \int_{\Omega} f_r(x, x') dx dx'; \\ F(\tilde{x}, x') &= f_e(\tilde{x}, x') \int_{\Omega} f_r(x, x') dx. \end{aligned} \quad (8)$$

Полученное ИУ (7) отличается от ИУ (1), (2) только видоизмененным ядром. Следовательно, для его решения применимы все методы, основанные на представлении решения в виде (4).

В частности, в среднеквадратичном приближении задача сводится к решению СЛАУ:

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} \mathbf{B}, \quad (9)$$

где коэффициенты матрицы $\mathbf{P}$ и вектора $\mathbf{W}$ определяются как

$$\begin{aligned} P_{mn} &= \int_{\Omega} \left(\int_{\Omega} f_r(\tilde{x}, x) dx \right) \left(\int_{\Omega} f_e(\tilde{x}, x') g_n(\tilde{x}) dx' \right) g_m(\tilde{x}) d\tilde{x}, \\ W_m &= \int_{\Omega} \int_{\Omega} U(\tilde{x}, x) g_m(x) d\tilde{x} dx, \quad m, n = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (10)$$

Как показывают численные эксперименты, числа обусловленности K матриц $\mathbf{P}$ из (9), (10) оказываются заметно меньше, чем у их аналогов — матриц $\mathbf{D}$ из (5), (6) [14–16].

На рис. 1 для ряда систем используемых функций $\{g\}$ показана зависимость чисел обусловленности от числа разрешаемых точек M в области Ω , т.е. от достигнутого уровня сверхразрешения. Число M соответствует числу функций в решении (4).

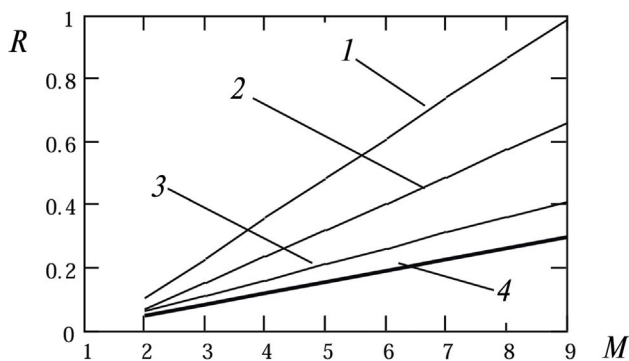


Рис. 1. Зависимость нормированных значений чисел обусловленности от числа разрешаемых точек при использовании: 1 — функций Радемахера, 2 — собственных функций ядра ИУ, 3 — функций Уолша; 4 — двухлучевого метода с интегральной обработкой (10).

Числа обусловленности представлены в логарифмическом масштабе с нормировкой на значение максимального числа в виде

$$R = \frac{\lg(K)}{\lg(K)_{\max}}.$$

Показаны значения чисел R при использовании в качестве систем ортогональных функций $\{g\}$: функций Радемахера, собственных функций ядра ИУ, при использовании функций Уолша, а также числа R при использовании двухлучевого метода с интегральной обработкой (10).

В ходе численных экспериментов наилучшие результаты по значениям чисел обусловленности получены, как и ожидалось, при применении двухлучевого метода. Таким образом, устойчивость решений ИУ при использовании двухлучевого метода повышается.

Существенно, что осуществлять реальное сканирование приемным лучом для ЦАР не обязательно. Принимаемый при сканировании приемным лучом сигнал может быть воссоздан, если при каждом положении передающего луча фиксировать сигналы, принимаемые всеми элементами решетки. Дальнейшее сложение принятых сигналов с задаваемыми фазовыми сдвигами даст те же результаты, что и реальное сканирование.

2.2. Дискретная обработка данных сканирования

Недостатком решения на основе интегрирования по одному из углов является относительно большой объем вычислений, так как приходится находить значения множества двойных интегралов.

Для повышения быстродействия алгоритмов предлагается использовать выборки сигнала U при значениях углов x_i и $\tilde{x}_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, K$). Количество точек K выбирается на основании теоремы Котельникова при анализе зависимости $U(x, \tilde{x})$.

Тогда вместо (2), используя (4), получим матричное уравнение

$$\begin{aligned} T_{i,j} &= U(x_i, \tilde{x}_j) = \\ &= \int_{\Omega} f_r(x_i - x') f_e(\tilde{x}_j - x') I(x') dx' = \sum_{m=1}^M B_m H_{m,i,j}, \\ H_{m,i,j} &= \\ &= \int_{\Omega} f_r(x_i - x') f_e(\tilde{x}_j - x') g_m(x') dx', \quad m = 1, 2, \dots, M, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{H} \mathbf{B},$$

с трехмерной матрицей $\mathbf{H}$.

Матрицу $\mathbf{T}$ несложно преобразовать и представить в виде вектора с компонентами A_k , $k = 1, 2, \dots, N^2$, а матрицу $\mathbf{H}$ представить в виде прямоугольной матрицы с элементами Y_k, m . Тогда

поиск коэффициентов B сводится к решению переобусловленной СЛАУ

$$A = YB. \quad (12)$$

Время обработки сигналов на основе выражений (11), (12) многократно меньше, чем на основе (9), (10). С учетом того, что элементы матрицы $H_{m,i,j}$ могут быть вычислены для используемых систем функций $\{g\}$ заранее, обработка дискретных сигналов возможна в режиме реального времени.

Исследования устойчивости решений на математических моделях показали, что решения СЛАУ (12) оказываются на порядки более устойчивыми, чем на основе (5), а при больших отношениях сигнал/шум несколько более устойчивы, чем на основе (9).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На математической модели плоской ЦАР с числом элементов в линейке $2N+1$ были исследованы сравнительные характеристики одно- и двухлучевых методов при решении задач сверхразрешения.

Одна из основных характеристик — устойчивость решений. Для ЦАР устойчивость нарушается при существенно меньшем числе функций M из выбранной системы $\{g\}$, чем $2N+1$. Для каждой конкретной задачи существует некоторое оптимальное значение M , при котором достигается максимальный уровень сверхразрешения при приемлемом уровне ошибок в восстановлении радиоизображения источника.

При дальнейшем увеличении M , т.е. при попытках повысить разрешение, устойчивость решений резко падает, возникают ложные источники сигналов, значительно искажается качество изображения истинного источника.

На рис. 2 показаны восстановленные изображения двух близких к точечным источникам сигналов алгебраическим методом с помощью пяти

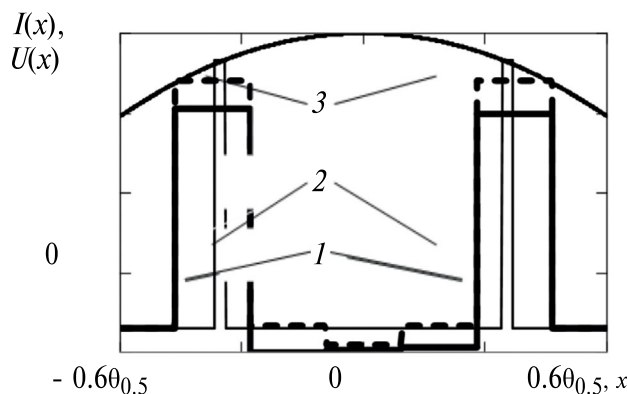


Рис. 2. Источник сигналов (1) и его изображения со сверхразрешением при использовании однолучевого (2) и двухлучевого (3) методов.

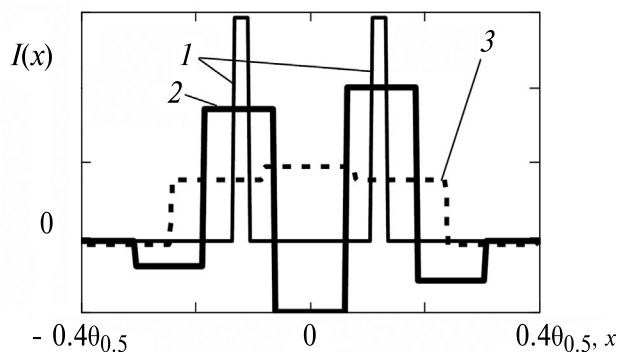


Рис. 3. Точечные источники сигналов на расстоянии $0.25\theta_{0.5}$ (1), их изображения, полученные однолучевым (2) и двухлучевым (3) методами.

ступенчатых функций (по вертикальной оси на рис. 2...5 в нормированном на единицу виде отложены значения восстановленного изображения источника). Для иллюстрации задачи в виде кривой в верхней части рисунка приведена угловая зависимость принимаемого сигнала $U(x)$, показывающая, что без дополнительной цифровой обработки, например (8)–(10), объекты не разрешаются.

В приведенном на рис. 2 примере расстояние между исследуемыми объектами относительно велико, и решения с разрешением, в 1.5 раза превышающим критерий Рэлея, на основе одно- и двухлучевых методов практически совпадают.

На рис. 3 показаны полученные решения при сближении объектов до углового расстояния между ними в $0.25\theta_{0.5}$. Двухлучевой метод при использовании пяти ступенчатых функций в области $\Omega = [-0.4\theta_{0.5}, 0.4\theta_{0.5}]$ позволил разрешить две цели и передать их расположение с хорошей точностью. Однолучевой метод в рассматриваемом случае не позволил разделить зафиксировать два объекта, т.е. получить необходимый уровень углового разрешения.

На рис. 4 приведены решения при дальнейшем сближении объектов до расстояния $0.09\theta_{0.5}$.

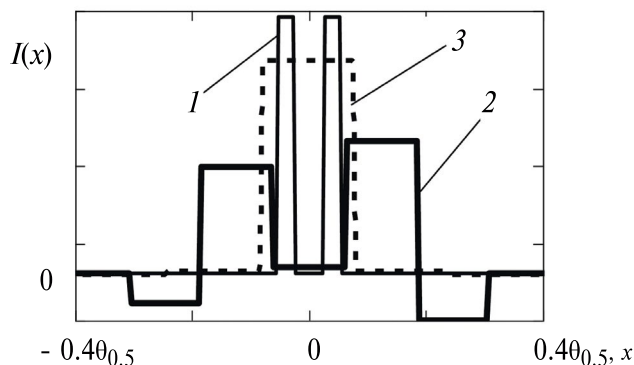


Рис. 4. Изображение источника с высоким разрешением: источники сигналов на расстоянии $0.09\theta_{0.5}$ (1), изображения на основе однолучевого (2) и двухлучевого (3) методов.

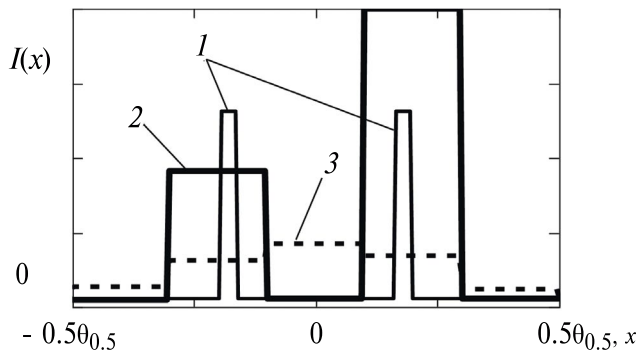


Рис. 5. Источники сигналов (1) и их изображения при высоком уровне шума, найденные однолучевым (2) и двухлучевым (3) методами.

Однолучевой метод по-прежнему не позволил разрешить объекты. Двухлучевой метод обеспечил разрешение целей с превышением критерия Рэлея в 11 раз. При этом, однако, качество решения ухудшилось. Появились небольшие ложные цели с амплитудными значениями, в три-пять раз меньшими, чем амплитуды сигналов от истинных источников, снизилась точность определения расположения каждой цели.

Для сравнительной оценки методов сверхразрешения обычно используются три показателя. Первый — достигнутая степень превышения критерия Рэлея. По этому показателю двухлучевой метод показал существенно более высокие результаты.

Второй показатель — величина смещения полученных при решении обратной задачи положений объектов от истинных. По этому критерию в пределах достигаемых однолучевым методом уровней сверхразрешения результаты оказываются приблизительно одинаковыми.

Третий показатель — ОСШ, при котором может быть достигнута заданная степень превышения критерия Рэлея. Обратные задачи существенно более чувствительны к уровню случайных составляющих в исследуемых данных, чем прямые задачи. Относительно небольшой по меркам прямых задач уровень шума может не позволить получить устойчивое адекватное решение обратной задачи.

На рис. 5 дано изображение источника сигналов с разрешением, в три раза превышающим критерий Рэлея, при высоком уровне шума — 18 дБ.

Если однолучевой метод не позволил разрешить объекты, то использование двухлучевого не только позволило разрешить цели, но и хорошо локализовать их угловое положение. Влияние шумов внесло заметные ошибки только в значения найденных амплитуд отражаемого сигнала.

В итоге по показателю шумоустойчивости двухлучевой метод продемонстрировал лучшие результаты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный двухлучевой метод анализа и обработки сигналов обеспечивают превышение критерия Рэлея в три-семь раз, а иногда и более, и локализацию источников сигналов с точностью $\theta_{0,5}/4 \dots \theta_{0,5}/8$. Метод позволяет повысить эффективную угловую разрешающую способность в 2–11 раз при отношении сигнал/шум 17...20 дБ, т.е. при существенно больших значениях случайных составляющих, чем многие известные методы [22–25]. Представленный метод обработки данных не использует физическую природу сигналов. Он может быть применен в широком спектре электромагнитных волн — от радио до оптического диапазона длин волн, в системах гидролокации, дистанционного зондирования, при решении задач распознавания объектов.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-07-00006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Malyshkin G.S., Sidelnikov G. B.* // Acoustical Phys. 2014. V. 60. № 5. P. 570. DOI: 10.1134/S1063771014050091
2. *Waweru N.P., Konditi D. B., Langat P. K.* // Int. J. Electrical Computer Energetic Electronic and Communication Engineering. 2014. V. 8. № 1. P. 209.
3. *Ting Yang, Hongyin Shi, Jianwen Guo* // Int. J. Remote Sensing. 2021. V. 42. Iss. 21. P. 8185.
4. *Park C., Park M. K., Kang M. G.* // IEEE Signal Processing Magazine. 2003. V. 20. № 3. P. 21.
5. *Geiss A., Hardin J. C.* // J. Atmospheric and Oceanic Technol. 2020. V. 37. № 12. P. 2197. DOI: 10.1175/JTECH-D-20-0074.1
6. *Kim B., Jin Y., Lee J., Kim S.* // Sensors. 2020. № 20. P. 4295.
7. *Шукин А.А., Павлов А.Е.* // Российский технологический журн. 2022. Т. 10. № 4. С. 38 doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-4-38-43
8. *Lagovsky B.A., Rubinovich E.Y.* // Mathematics. 2023. V. 11. № 4. P. 1. doi.org/ 10.3390/math11041056
9. *Карташов В.М., Корытцев И. В., Олейников В. Н. и др.* // Радиотехника. 2019. Вып. 196. С. 22.
10. *Sendar O.A.* ISRN Signal Processing. 2013. V.3. № 3. P. 1.
11. *Pailhas Y., Petillot, Y., Capus C.* // EURASIP J. Adv. Signal Processing. 2010. V. 2010. Article No. 205095.

12. *Evdokimov N.A., Lukyanenko D. V., Yagola A. G.* // Comput. Methods and Programming. 2009. V. 10. P. 263.
13. *Морс Ф.М., Феибах Г.* Методы теоретической физики. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
14. *Lagovsky B., Rubinovich E.* // Advances in Systems Sci. Appl. 2021. V. 21. № 2. P. 104.
15. *Лаговский Б.А., Самохин А.Б.* // РЭ. 2023. Т. 68. № 3. С. 249.
16. *Лаговский Б.А.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 9. С. 853.
17. *Lagovsky B., Samokhin A., Shestopalov Y.* // Radio Sci. 2021. V. 5. Iss. 3. P. 1.
18. *Лаговский Б.А., Рубинович Е.Я.* // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22. № 7. С. 349.
19. *Schwarzenberg-Czerny A.* // Astronomy and Astrophysics Supplement Ser. 1995. V. 110. P. 405.
20. *Мэтьюз Дж., Уокер Р.* Математические методы физики. М.: Атомиздат, 1972.
21. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: URSS, 2020.
22. *Candès E.J., Fernandezgranda C.* // J. Fourier Analysis and Appl. 2013. № 19. P. 1229.
23. *Almeida M.S., Figueiredo M.A.* // IEEE Trans. 2013. V. IP-22. № 8. P. 3074.

A TWO-BEAM METHOD FOR ACHIEVING ANGULAR SUPERRESOLUTION IN RADAR AND REMOTE SENSING

B. A. Lagovsky, A. B. Samokhin

*MIREA — Russian University of Technology
ave. Vernadsky, 78, Moscow, 119454 Russian Federation
E-mail: absamokhin@yandex.ru*

Received October 17, 2023, revised October 17, 2023, accepted November 20, 2023

A new method of digital signal processing of angle measuring systems based on digital antenna arrays is justified. It allows you to improve the image quality of one- and two-dimensional objects. The method can be applied in the optical, infrared, and terahertz ranges of electromagnetic wavelengths. In the process of numerical experiments, the effectiveness of the proposed method is compared with the known ones. The results of experiments on mathematical models are presented and discussed.

Keywords: Rayleigh criterion, angular superresolution, integral equation of convolution type, parameterization of inverse problems, stability of inverse problems, conditionality number