

---

---

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

---

---

УДК 621.396.67

**ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЩЕЛЕВЫХ РЕШЕТОК  
МЕТОДОМ ОБОБЩЕННОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ –  
РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СФЕРИЧЕСКИМ ВОЛНАМ**

© 2024 г. С. Е. Банков\*, М. Д. Дупленкова

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация*

\*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.04.2022 г.

После доработки 06.06.2023 г.

Принята к публикации 25.06.2023 г.

Представлен алгоритм для электродинамического анализа двумерной волноводной щелевой решетки конечных размеров. Для решения граничной задачи используется метод обобщенной матрицы рассеяния. Сложная задача для структуры с большими электрическими размерами делится на две подзадачи: рассеяние волн на одном элементе решетки и взаимодействие волн внутри решетки. В соответствии с указанным методом электромагнитное поле уединенного элемента решетки представляется в виде разложения по падающим и рассеянным сферическим волнам. Решение первой подзадачи дает оператор рассеяния, который связывает амплитуды падающих и рассеянных волн. Решение второй подзадачи дает матрицу взаимодействия, которая связывает амплитуды волн, падающих на  $m$ -й элемент решетки, с амплитудами волн, рассеянными  $n$ -м элементом. Применение оператора рассеяния и матрицы взаимодействия к анализируемой решетке приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд рассеянных волн. Анализируется непериодическая сфокусированная в зоне Френеля щелевая решетка, содержащая до тысячи элементов. Полученные численные результаты хорошо согласуются с известным поведением сфокусированных решеток вытекающей волны. Обсуждаются возможные области применения метода.

*Ключевые слова:* электродинамическое моделирование, щелевые решетки, обобщенная матрица рассеяния, сферические волны

**DOI:** 10.31857/S0033849424010022, **EDN:** LAVSQV

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Щелевые решетки хорошо известны в антенной технике. Они широко используются в различных приложениях благодаря своей простоте и низкой стоимости. Очень часто щелевая решетка представляет собой решетку с последовательным питанием, в которой волна линии передачи последовательно возбуждает излучающие элементы. Такие решетки относятся к антеннам вытекающей или бегущей волны [1].

В середине XX в. одномерные или двумерные волноводные щелевые решетки были типичным примером антенн такого типа [2, 3]. Позже интерес к щелевым решеткам возрос благодаря развитию технологии печатных плат, применение которой дополнительно снизило стоимость таких антенн. В печатных щелевых решетках система параллельных волноводов часто заме-

нялась плоским волноводом (ПВ) [4]. Щелевая антенна на радиальной линии [5] представляет собой типичный пример решетки на основе ПВ. Его основное достоинство – чрезвычайная простота антенного возбуждателя.

Дальнейшее развитие технологии печатных плат позволило снова вернуться к волноводно-щелевым решеткам благодаря интегрированным в подложку волноводам [6], которые сочетают преимущества обычных волноводов с простотой и низкой стоимостью печатных структур.

В последнее время можно отметить различные публикации, посвященные сфокусированным в зоне Френеля антеннам [7–9]. Большинство из них представляют собой непериодические щелевые решетки, в которых положения элементарных излучателей выбраны таким образом,

чтобы концентрировать электромагнитное поле на некоторой частоте в фокальной точке, расположенной на расстоянии  $F$  от плоскости решетки. Сфокусированная решетка должна иметь чрезвычайно большие электрические размеры для эффективной концентрации электромагнитной энергии.

Электродинамический анализ решеток больших размеров — хорошо известная сложная проблема, которая обсуждалась во многих работах (см., например, [10]). Применение систем электродинамического моделирования в настоящее время является наиболее распространенным способом решения этой задачи. Однако он имеет много недостатков, поскольку решетка больших размеров является неудобной для численного анализа структурой, состоящей из большого количества мелких элементов со сложной геометрией. Такое сочетание параметров требует дискретизации электрически большого объема с малым шагом, что резко увеличивает порядок решаемых систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Проблема эффективного электромагнитного моделирования особенно важна для анализа сфокусированных решеток, поскольку в дополнение к упомянутым выше факторам область, в которой мы вычисляем поле, должна включать фокальную точку. Такая область обычно намного больше, чем область, необходимая для анализа периодической решетки.

В некоторых ситуациях хорошим приближением является модель бесконечной периодической решетки, поскольку она сводит граничную задачу к вычислению матрицы рассеяния канала Флоке [11], но модель бесконечной решетки неприменима к непериодическим сфокусированным решеткам.

В последнее время были предложены различные приближенные и строгие методы, ориентированные на анализ решеток больших электрических размеров [12–14]. Некоторые из них используют схожие идеи и могут быть объединены в одну группу, называемую методом обобщенной матрицы рассеяния (ОМР). Основная идея этих методов состоит в том, чтобы описать рассеяние волн на элементарном матричном излучателе в удобной матричной форме. Поле, возбуждающее излучатель, и рассеиваемое им поле представляются, соответственно, в виде суммы стандартных возбуждений и реакций. Форма этих объектов известна и фиксирована. Проблема состоит только в том, чтобы найти ма-

трицу, которая связывает амплитуды реакций и возбуждений. Эта матрица полностью описывает электромагнитные свойства одного элемента решетки. Она получила название оператора рассеяния (ОР).

Реакция  $n$ -го элемента одновременно является полем, которое возбуждает другие элементы решетки. Представляя реакцию как сумму стандартных возбуждений, соответствующих  $m$ -му элементу массива, находим матрицу, связывающую амплитуды реакций  $n$ -го элемента и возбуждений  $m$ -го элемента. Эта матрица описывает взаимодействие волн внутри решетки и называется матрицей взаимодействия (МВ).

Знание ОР и МВ дает СЛАУ, которая полностью описывает электромагнитное поле решетки. Большим преимуществом метода ОМР является то, что порядок СЛАУ  $N_s$  равен  $N \times M$ , где  $N$  — число элементов решетки, а  $M$  — количество стандартных реакций, используемых для описания элемента решетки. Параметр  $M$  зависит от структуры элементарного излучателя и колеблется в широких пределах — от нескольких единиц до нескольких десятков. Таким образом, порядок СЛАУ в методе ОМР намного меньше, чем в стандартной системе электродинамического моделирования (обычно для решения аналогичных задач HFSS используется сетка с числом ячеек  $n = 10^5 \dots 10^6$ ), и благодаря этому решение СЛАУ требует гораздо меньше времени.

В работах [15, 16] представлен метод ОМР в удобной для анализа щелевой решетки форме. Сферические волны (СВ) используются в [15] в качестве стандартных возбуждений и реакций. Применение метода ОМР-РСВ (обобщенной матрицы рассеяния—разложения по сферическим волнам) имеет много преимуществ. В то же время такой подход имеет некоторые ограничения, которые не позволяют анализировать структуры произвольного типа. Однако в конкретном случае щелевой решетки указанные недостатки оказываются несущественными.

Основное внимание в данной статье уделяется применению метода ОМР-РСВ для численного моделирования сфокусированной волноводной щелевой решетки. Представлено краткое описание метода ОМР-РСВ, рассмотрена сходимость численного алгоритма, приведено сравнение численных результатов, полученных с помощью ОМР-РСВ и HFSS в случае периодической решетки, приведены результаты синтеза и элек-

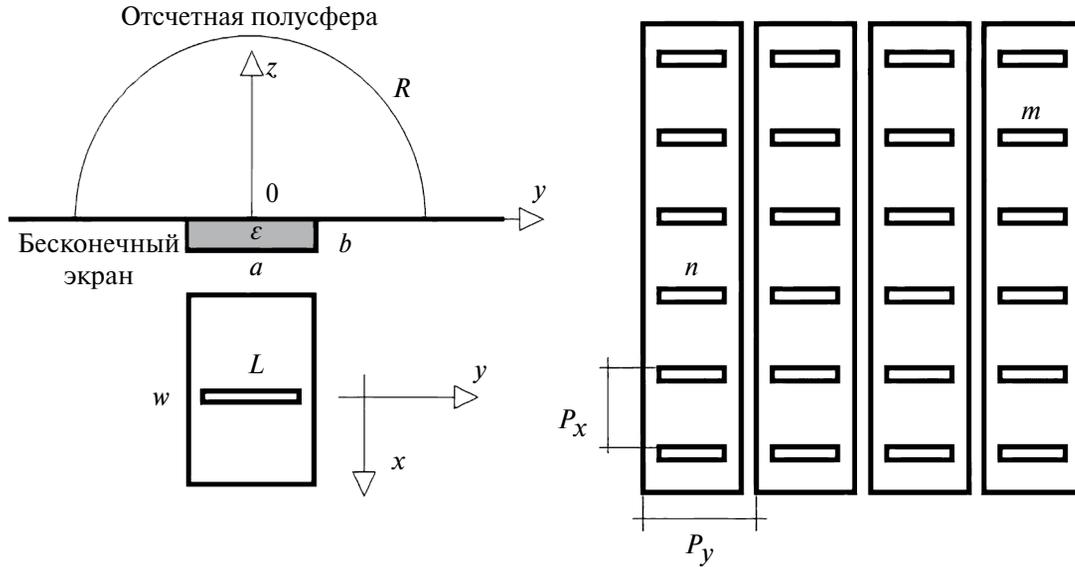


Рис. 1. Элементарный излучатель и волноводно-щелевая решетка.

тродинамического анализа сфокусированной щелевой волноводной решетки.

## 2. МЕТОД ОМР-РСВ

Напомним кратко основные идеи метода ОМР-РСВ [15, 16]. Первая задача – это анализ элементарного излучателя. В рассматриваемом случае такой излучатель представляет собой поперечную щель в широкой верхней стенке прямоугольного волновода (рис. 1).

Верхняя стенка волновода является частью бесконечного экрана. Волновод заполнен диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

Отсчетная полусфера, окружающая щель, используется для определения амплитуд СВ. Электрический радиус полусферы  $kr = \pi/2$ . Стандартные возбуждения, кроме падающих СВ, включают также падающие волноводные волны, возбуждающие щель с обеих сторон. Соответственно, стандартные реакции состоят из рассеянных сферических и отраженных волноводных волн. Их амплитуды могут быть записаны в векторной форме  $\mathbf{A}_r, \mathbf{A}_s$ . Векторы  $\mathbf{A}_{i,s}$  включают соответственно амплитуды стандартных возбуждений и реакций. Оператор рассеяния  $L$  связывает векторы  $\mathbf{A}_{i,s}$ :

$$L\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_s. \quad (1)$$

Чтобы найти ОР, мы должны возбудить щель  $M$  раз всеми падающими сферическими и волноводными волнами и представить рассеянное поле как суперпозицию рассеянных сферических и отраженных волноводных волн. Соответствующая граничная задача решена в работе [17] методом интегральных уравнений. Интегральное уравнение, записанное для магнитного тока в щели, решается методом Галеркина.

Вторая подзадача метода ОМР-РСВ состоит в определении МВ –  $\mathbf{K}_{n,m}$ , которая связывает амплитудные векторы  $\mathbf{A}_{i,m}$  и  $\mathbf{A}_{s,n}$ , где индексы  $n, m$  соответствуют номерам щелей в решетке:

$$\mathbf{K}_{n,m}\mathbf{A}_{i,m} = \mathbf{A}_{s,n}. \quad (2)$$

Матрица взаимодействий не зависит от параметров элементарного излучателя и определяется исключительно выбранным набором стандартных возбуждений и реакций. Она может быть найдена аналитически с помощью дополнительной теоремы суммирования [18] или численно [17]. В любом случае ее значения могут быть один раз рассчитаны и сохранены в виде набора файлов данных, а затем повторно использованы без существенных затрат компьютерных ресурсов.

Получаемая в методе ОМР СЛАУ имеет следующий вид:

$$\sum_m^{(n)} L\mathbf{K}_{n,m}\mathbf{A}_{s,m} = \mathbf{A}_{sn} + \mathbf{A}_{s0,n}, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

СЛАУ (3) записана для решетки с идентичными элементами и, следовательно, идентичными ОР – L. Суммирование в (3) выполняется для всех элементов массива, кроме  $n$ -го элемента. Общее количество элементов матрицы  $N = N_x N_y$ , где  $N_x$  – количество щелей в волноводе, а  $N_y$  – количество волноводов. Слагаемое  $A_{s0,n}$  описывает вклад волноводных волн, возбуждающих решетку.

Компьютерная программа, основанная на методе ОМР-РСВ, была реализована в среде Маткад. Анализ решетки, состоящей из 600...900 щелей на десяти частотах, занимает около 30 мин. Доступные компьютеры не позволяют нам сравнивать результаты HFSS и ОМР-РСВ для таких решеток. По этой причине представленное далее (разд. 4) сравнение выполнено для меньшего количества щелей. Оно демонстрирует хорошее соответствие между двумя методами и может рассматриваться как доказательство корректности разработанного алгоритма и компьютерной программы.

### 3. СХОДИМОСТЬ АЛГОРИТМА

Рассмотрим ряд результатов, показывающих сходимость метода ОМР-РСВ. Этот метод имеет несколько параметров, выбираемых численно из условия стабилизации решения. Один из них – количество базисных функций  $N_b$ , используемых для вычисления ОР в рамках итерационной процедуры Галеркина. Как уже упоминалось, мы должны последовательно возбуждать

элементарный щелевой излучатель падающими сферическими и волноводными волнами. Метод интегральных уравнений очень удобен в такой ситуации, поскольку изменение возбуждения не изменяет матрицу СЛАУ. Таким образом, обратная матрица может быть один раз вычислена, а затем умножена на разные векторы, которые зависят от падающего поля.

Базисные функции  $f_b(x,y)$  для магнитного тока в продольной щели имеют стандартный вид:

$$f_b(x,y) = \sin(\pi n_b (y - L / 2) / L) \times \left( (w / 2)^2 - x^2 \right)^{-1/2}, \quad (4)$$

где  $n_b = 1, \dots, N_b$  – номер базисной функции.

Определим коэффициент передачи  $T$  как отношение мощности  $P_w$  основной волноводной волны к мощности падающей СВ –  $P_r$ . Зависимость модуля вариации коэффициента передачи  $\Delta T = |T(N_b + 1) - T(N_b)|$  от числа базисных функций  $N_b$  показана на рис. 2.

Кривая рассчитана для  $L = 8.5, w = 1, a = 14, b = 5, \epsilon = 2.5, f = 10.5$  ГГц. Все размеры здесь и далее представлены в миллиметрах. Два индекса характеризуют падающую СВ: угломестный индекс  $n_\theta = 1, \dots, N_\theta$  и азимутальный индекс  $n_\phi = -n_\theta, \dots, n_\theta$ . Кривая на рис. 2 соответствует  $n_\theta = 1, n_\phi = 1$ . Видно, что при  $N_b > 2$  параметр  $\Delta T < 0.001$ . Таким образом, алгоритм расчета ОР быстро сходится, и мы можем получить приемлемую точность решения для  $N_b = 3...5$ .

Условия энергетического баланса и взаимности выполняются для одиночной щели с хорошей точностью. Например, параметр  $\Delta_p$ , который выражает энергетический баланс

$$\Delta_p = \left| 1 - |R|^2 - |T|^2 - P_r \right|, \quad (5)$$

рассчитанный при возбуждении щели волноводной волной единичной мощности, не превышает  $10^{-6}$ . Здесь  $R, T$  – параметры рассеяния щели,  $P_r$  – излучаемая мощность.

Выбор параметра  $n_\theta$ , определяющего количество СВ, является более сложной задачей. На первом этапе мы использовали для расчета МВ набор СВ, соответствующий  $n_\theta = 12$ . В этом случае общее количество СВ  $M = 96$ . Важно отметить, что в общем случае количество возбуж-

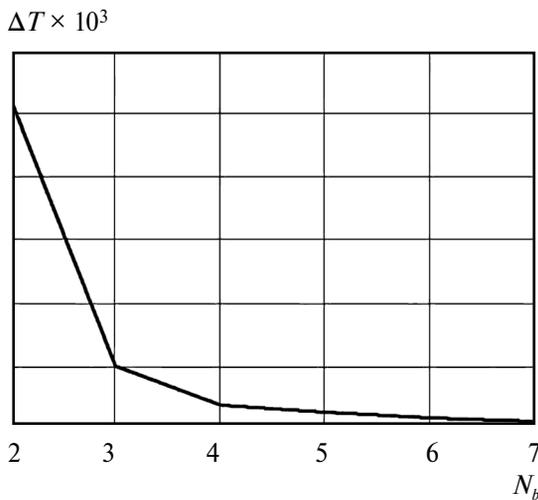


Рис. 2. Зависимость вариации коэффициента передачи  $\Delta T$  от числа базисных функций  $N_b$ .

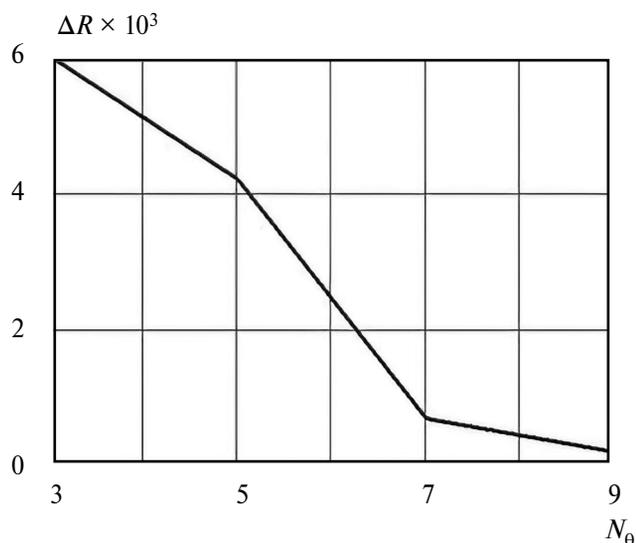


Рис. 3. Зависимость вариации коэффициента отражения  $\Delta R$  от параметра  $N_\theta$ .

падающих и рассеянных СВ может быть разным. В ходе численных расчетов мы выяснили, что одиночная щель, как и щель в решетке, возбуждает весьма ограниченный набор СВ. Доминирующие СВ соответствуют  $n_\theta = 1$  и 3. Этот факт позволяет значительно сократить количество рассеянных СВ. Однако это не означает, что благодаря этому мы сможем сократить количество падающих СВ. Падающие СВ должны обеспечивать хорошую аппроксимацию поля возбуждения на отсчетной полусфере (см. рис. 1), и формально такое приближение может потребовать большого количества СВ.

Тем не менее численные расчеты показывают, что если щель слабо возбуждает некоторую СВ, то такая СВ, в свою очередь, слабо возбуждает щель. То есть поле вокруг щели содержит множество СВ, но только небольшая часть из них взаимодействует со щелью и влияет на решение. Этот вывод был ожидаемым, поскольку он вытекает из условия взаимности. Данный вывод позволяет существенно уменьшить параметр  $M$  и, следовательно, размерность решаемой задачи.

Кривая, показанная на рис. 3, демонстрирует сходимость решения, полученного для решетки  $N_x \times N_y = 10 \times 5$ ,  $P_x = 17$ ,  $P_y = 15$ .

Остальные параметры были представлены выше. Решетка возбуждается волновыми волнами с одинаковой амплитудой. Зависимость вариации модуля коэффициента отражения (рис. 4 порт 3) от максимального угломестного индекса  $N_\theta$ , показанная на рис. 3, рассчитана

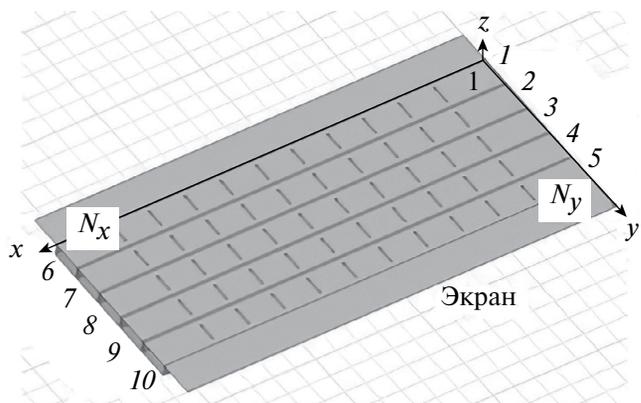


Рис. 4. Модель 1 с конечным экраном; 1–10 – порты.

для одинакового количества падающих и рассеянных СВ.

Точность выполнения энергетического баланса в случае решетки не такая высокая, как в случае одиночной щели. Однако параметр, аналогичный (5), не превышает  $(2...4) \times 10^{-3}$ .

#### 4. СРАВНЕНИЕ OMP-PCB И HFSS

Мы использовали систему HFSS в качестве стандартного и надежного инструмента для решения электродинамических граничных задач. Однако необходимо отметить, что полная идентичность между моделью метода OMP-PCB и моделью HFSS недостижима из-за бесконечного экрана.

Для численного моделирования использовались две модели: модель 1 с экраном конечного размера (см. рис. 4) и модель 2 с бесконечной идеально проводящей плоскостью (рис. 5).

Как видно из рис. 5, модель с бесконечной плоскостью и, тем более, модель с конечным

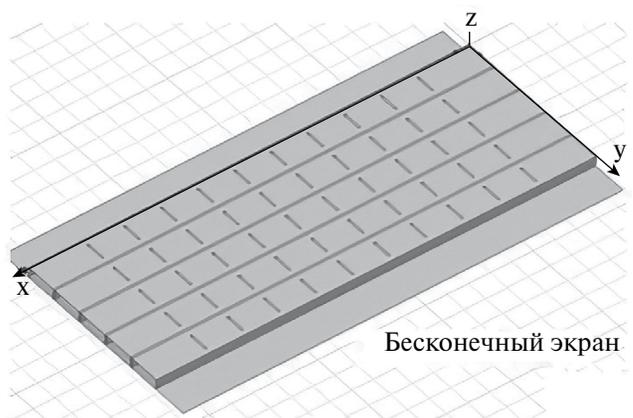


Рис. 5. Модель 2 с бесконечной плоскостью.

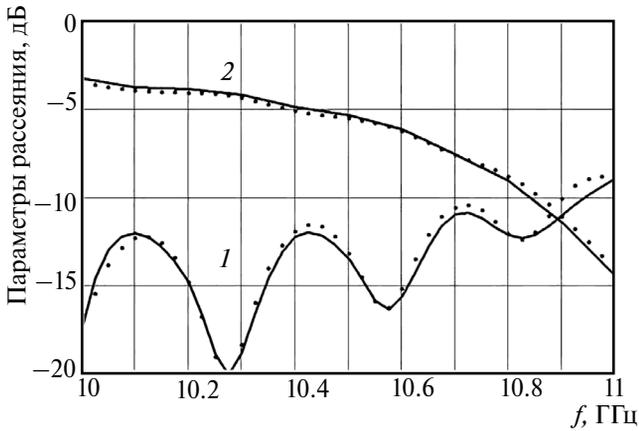


Рис. 6. Частотные зависимости параметров рассеяния решетки, вычисленные по методу ОМР-РСВ (сплошные кривые) и HFSS (точки); коэффициенты отражения (1) и передачи (2) были определены для портов 3, 8.

экраном (см. рис. 4) отличаются от решетки с бесконечным экраном, поскольку щели в бесконечной плоскости недопустимы. По этой причине плоскость расположена ниже волноводов при  $z = -b$ .

Рассматриваемая решетка с последовательным питанием содержит  $N_y$  волноводов. Каждый волновод имеет два порта, общее количество портов  $N_p = 2N_y$ . Решетка возбуждается волноводными волнами, падающими на порты с номерами  $p = 1, \dots, N_y$ . Падающие волны, таким образом, распространяются вдоль оси  $Ox$  в положительном направлении. В общем случае их комплексные амплитуды  $U_p$  зависят от номера порта  $p$ :

$$U_p = A_p \exp(ip\Delta\phi). \tag{6}$$

Изменяя амплитуды  $A_p$  и межканальный фазовый сдвиг  $\Delta\phi$ , мы можем изучать зависимость диаграммы направленности (ДН) антенны от амплитудного и фазового распределений в апертуре решетки вдоль оси  $Oy$ .

Теперь сравним численные результаты, получаемые с помощью метода ОМР-РСВ, с данными HFSS. Рассмотрим волноводную решетку с равномерным возбуждением (6):  $A_p = 1, \Delta\phi = 0$ . Параметры решетки:  $L = 8.5, w = 1, a = 14, b = 5, \epsilon = 2.5, P_x = 17, P_y = 15, N_x = 10, N_y = 5$ , диапазон частот 10...11 ГГц.

Частотная зависимость параметров рассеяния представлена на рис. 6.

Коэффициенты отражения и пропускания (кривые 1,2) были определены для портов 3,8

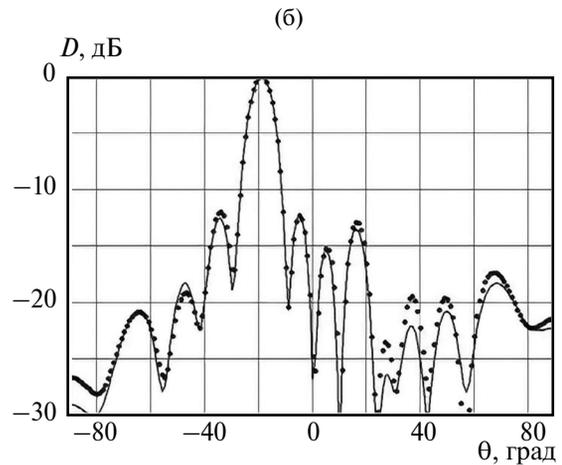
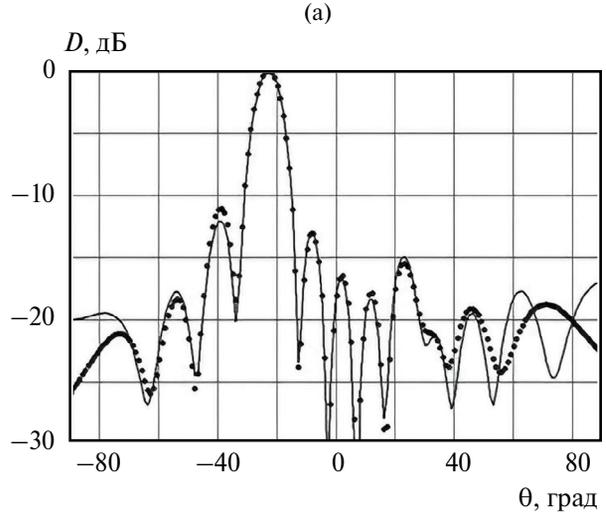


Рис. 7. Нормированные ДН в угломестной плоскости для моделей 1 (а) и 2 (б), вычисленные по методу ОМР-РСВ (сплошные кривые) и HFSS (точки).

(центральный волновод) с учетом одновременного возбуждения портов 1–5. Точки на рис. 6 соответствуют HFSS модели 1 (см. рис. 4) с экраном конечного размера. Параметры рассеяния HFSS модели 2 (бесконечная плоскость) практически совпадают с показанными на рис. 6 точками, поэтому их не приводим.

Нормированная ДН в угломестной плоскости ( $\varphi = 0, 180^\circ$ ) на частоте 10.4 ГГц показана на рис. 7а. Точки соответствуют модели 1. Хорошее соответствие между сплошной кривой и точками имеет место для главного луча и двух-трех боковых лепестков. Дальние боковые лепестки ( $\theta = 60 \dots 90^\circ$ ), рассчитанные двумя методами, различаются. Эта разница может быть связана с влиянием экрана конечного размера.

Нормированные ДН на частоте 10.6 ГГц показаны на рис. 7б.

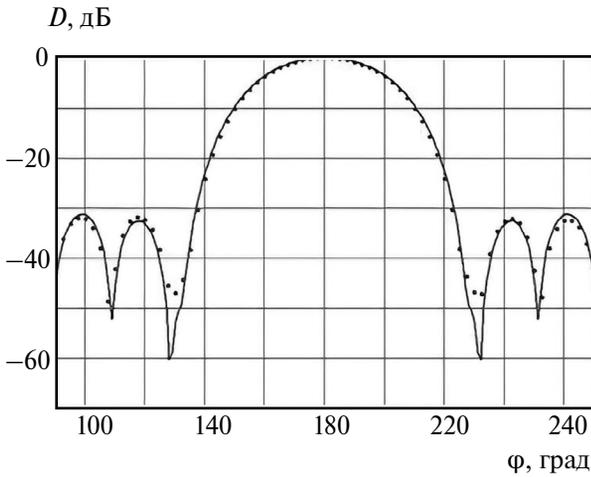


Рис. 8. Нормированная ДН как функция азимутального угла: по методу OMP-PCB (сплошные кривые) и HFSS (точки).

Точки соответствуют HFSS модели 2. Согласование между методами HFSS и методом OMP-PCB в этом случае намного лучше даже для дальних боковых лепестков. Некоторая разница все еще видна, но мы можем объяснить это различием между моделями в методах HFSS и OMP-PCB.

Нормированные ДН при  $f = 10.4$  ГГц как функции азимутального угла  $\varphi$  показаны на рис. 8.

Угол места  $\theta = -22^\circ$ , что соответствует максимуму ДН в соответствующей плоскости. В азимутальной плоскости ДН, полученные по методам OMP-PCB и HFSS, находятся в хорошем согласии независимо от типа модели. Различное влияние конечного экрана на ДН в двух плоскостях может быть объяснено разной поляризацией излучаемого поля. Вектор электрического поля в угломестной плоскости перпендикулярен краю экрана и параллелен в ортогональной плоскости, поэтому ДН в первом случае зависит от типа модели намного сильнее, чем во втором.

На рис. 9 представлены кривые (главные лучи ДН – на частотах 10, 10.2, 10.4, 10.6, 10.8, 11 ГГц), полученные методами OMP-PCB и HFSS и иллюстрирующие частотное сканирование, типичное для всех решеток с последовательным питанием.

## 5. СИНТЕЗ СФОКУСИРОВАННОЙ РЕШЕТКИ

Двумерная сфокусированная решетка состоит из  $N_y$  волноводов, ориентированных вдоль оси  $Ox$  (рис. 10). Каждый волновод имеет  $N_x$

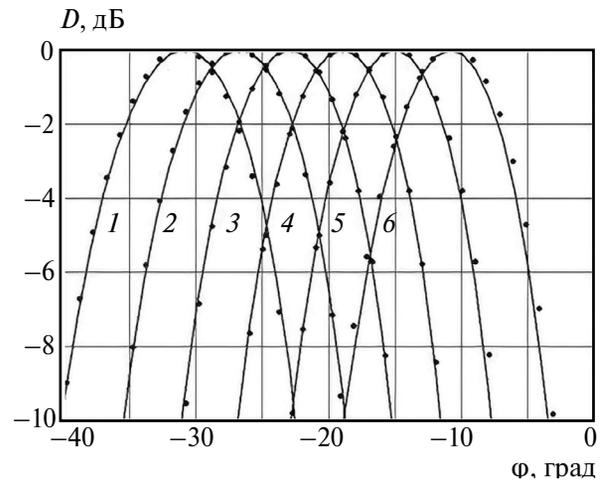


Рис. 9. Главный луч ДН на частотах  $f = 10$  (1), 10.2 (2), 10.4 (3), 10.6 (4), 10.8 (5) и 11 ГГц (6); по методу OMP-PCB (сплошные кривые) и HFSS (точки).

идентичных поперечных щелей, ширина которых  $w$ , длина  $L$ . Координаты центров щелей  $x_{n,m}, y_m$  выбраны таким образом, чтобы обеспечить фокусировку поля в точке  $F$  на частоте  $f_0$ . Для координат  $y_m$  имеем

$$y_m = P_y (m - N_y / 2), m = 0, \dots, N_y - 1, \quad (7)$$

где  $P_y$  – период решетки вдоль оси  $Oy$ . В частном случае (см. рис. 10) период  $P_y$  равен ширине волновода  $a$ .

Координаты  $x_{n,m}$  удовлетворяют следующему уравнению:

$$\varphi_{0m} - \gamma_0 (x_{n,m} + x_{\min}) - k_0 (r_{n,m} - R_0) = 2\pi n, \quad (8)$$

$$n = 0, \dots, N_x - 1,$$

где  $\varphi_{0m}$  – фаза падающей на порт  $p_{im}$ -волны,  $\gamma_0$  – постоянная распространения волновода на частоте  $f_0$ ,  $k_0$  – волновое число свободного пространства на той же частоте,  $-x_{\min}$  – координата линии, на которой располагаются порты  $p_{im}$ ,  $R_0$  – расстояние от некоторой отсчетной точки до фокуса. Точка отсчета может быть выбрана произвольно. Как показано на рис. 10, она расположена в центре левой границы решетки.

Уравнение (8) обеспечивает в фокусе синфазное суммирование волн, возбуждаемых на входных портах  $p_{im}$  и затем излучаемых щелями. Это уравнение может быть решено относительно неизвестных  $x_{n,m}$ , которые определяют конфигурацию массива.

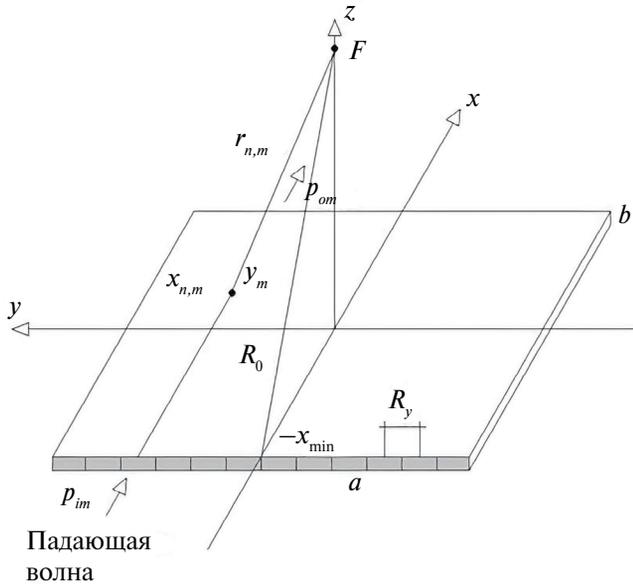


Рис. 10. Сфокусированная волноводная решетка.

Как видно из соотношения (8), результаты синтеза решетки зависят от фаз, падающих на входы волн. Мы предполагаем, что волны во всех входных портах имеют одинаковые фазы. Такое распределение фаз может быть сформировано различными известными способами, например, с помощью многоканального делителя. Пример сфокусированной решетки показан на рис. 11.

Точки совпадают с центрами щелей, матрица синтезирована в соответствии с уравнением (8) для следующих начальных параметров:  $f_0 = 10$  ГГц,  $F = 600$ ,  $P_y = 16.5$ ,  $\epsilon = 2.2$ ,  $a = 16$ ,  $N_x = 21$ ,  $N_y = 31$ .

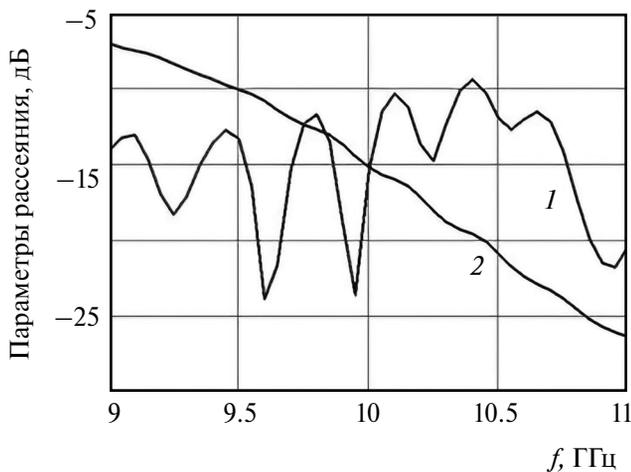


Рис. 12. Частотные зависимости параметров рассеяния: коэффициент отражения (1) и передачи волновода (2).

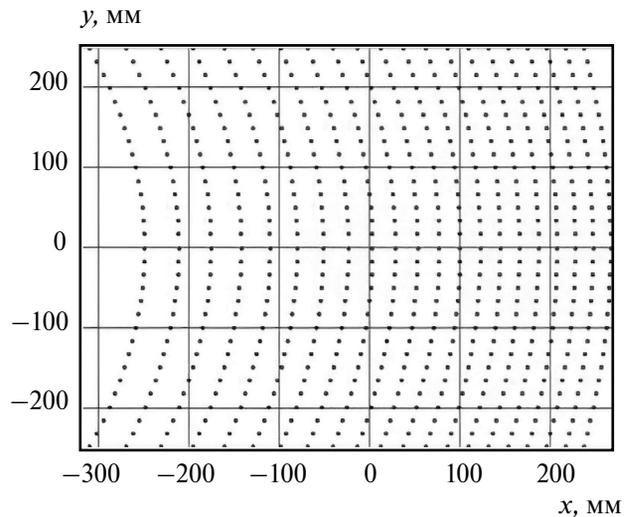


Рис. 11. Конфигурация сфокусированной решетки.

## 6. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СФОКУСИРОВАННОЙ РЕШЕТКИ

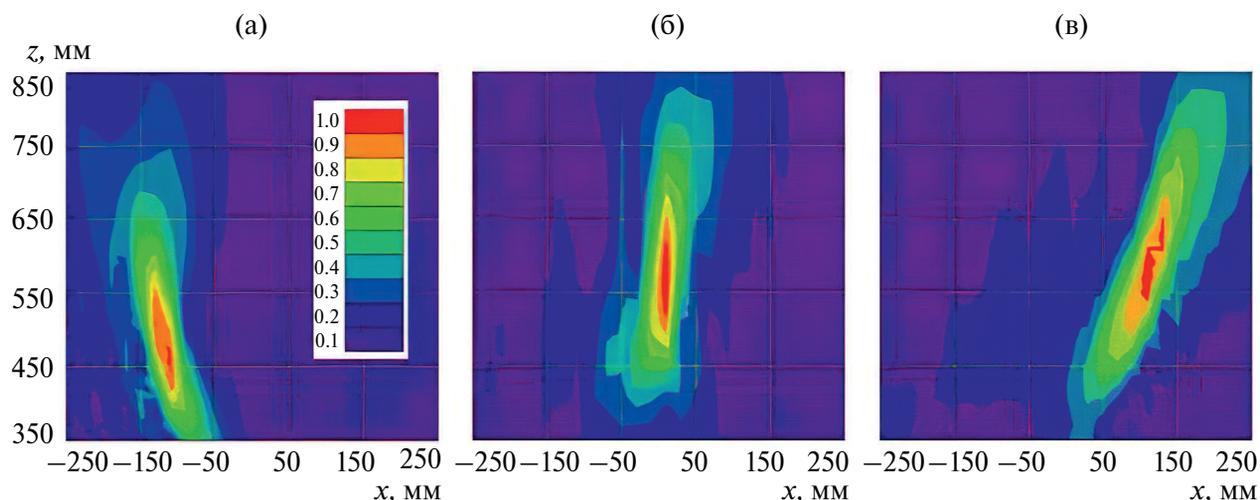
Несколько сфокусированных решеток проанализированы методом ОМР-РСВ. Рассмотрим численные результаты, полученные для решетки, показанной на рис. 11. Параметры щели  $L = 8.7$ ,  $w = 1$ , высота волновода  $b = 5$ . Остальные параметры были представлены выше.

Каждый волновод как четырехполюсник характеризуется параметрами рассеяния: коэффициентом отражения  $R_m$  от порта  $p_{im}$  и коэффициентом передачи  $T_m$  от порта  $p_{im}$  к порту  $p_{om}$ .

Частотные зависимости S-параметров показаны на рис. 12.

Кривые 1,2 соответствуют коэффициентам отражения и передачи волновода с номером  $m = 15$ , расположенного в центре решетки. Параметры рассеяния в остальных волноводах имеют аналогичное поведение, поэтому их не обсуждаем.

Частотные зависимости, показанные на рис. 12, типичны для решетки резонансных щелевых излучателей. Коэффициент передачи имеет минимум на резонансной частоте, которая в данном примере близка к 11.2 ГГц. Эта частота выбрана таким образом, чтобы иметь на центральной частоте рабочего диапазона частот  $f_0 = 10$  ГГц параметр  $T_m = -15$  дБ. Такой коэффициент передачи обеспечивает почти полное излучение входной мощности и незначительные потери в усилении



**Рис. 13.** Нормированные распределения электрического поля в плоскости  $XOZ$  на частотах 9 (а), 10 (б), 11 ГГц (в). Электрическое поле нормируется на максимальную напряженность электрического поля на частоте 10 ГГц.

антенны, вызванные экспоненциальным распределением амплитуды вдоль оси  $Ox$ .

Коэффициент отражения решетки относительно высокий – в диапазоне частот 10...10.5 ГГц он близок к  $-10$  дБ. Этот эффект может быть объяснен структурой сфокусированной решетки. Она имеет переменный период  $P_x$  вдоль оси  $Ox$  (см. рис. 11). Поэтому на любой частоте мы можем выделить группу щелей, расположенных с периодом, близким к длине волны волновода. Волны, отраженные от этих элементов, складываются в порту синфазно, что может быть причиной роста коэффициента отражения.

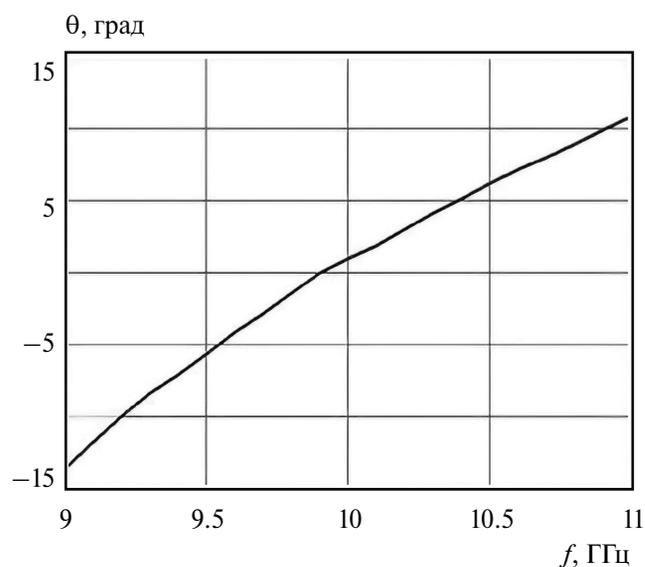
Рассматриваемая решетка представляет собой антенну с последовательным питанием, для которой характерен эффект частотного сканирования. В случае сфокусированной антенны этот эффект выражается зависимостью положения фокального пятна от частоты. Фокальное пятно – это электромагнитное поле, сосредоточенное вокруг фокальной точки. Распределения электрического поля, рассчитанные в плоскости  $XOZ$  (рис. 13а–13в), демонстрируют движение фокального пятна в зависимости от частоты: 9, 10 и 11 ГГц.

Из рис. 13 видно, что фокальное пятно движется по некоторой кривой, расположенной в плоскости  $XOZ$ , которую по аналогии со сканирующими оптическими системами можно назвать фокальной кривой. Мы определяем

положение фокального пятна как положение точки максимальной напряженности электрического поля. Эта точка может быть описана сферическими координатами  $\theta_m, r_m$  или декартовыми  $x_m, z_m$ .

Зависимость угла  $\theta_m$  от частоты представлена на рис. 14.

Видно, что на центральной частоте 10 ГГц угол  $\theta_m$  не равен нулю, как предполагалось на этапе синтеза решетки. Это различие демонстрирует приблизительный характер уравнения (8). Например, щели в широкой стенке



**Рис. 14.** Частотная зависимость угла  $\theta_m$ .

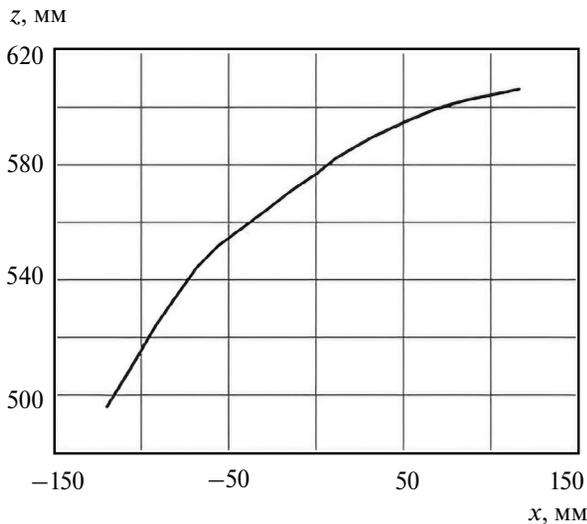


Рис. 15. Фокальная кривая.

волновода изменяют постоянную распространения  $\gamma_0$ . Приближенная модель, используемая при синтезе решетки, не учитывает этот эффект. За счет этого возникает погрешность синтеза. В то же время, как видно из рис. 14, процедура синтеза демонстрирует приемлемую для практических применений точность.

Фокальная кривая, рассчитанная в диапазоне частот 9...11 ГГц, показана на рис. 15.

Анализируя эту кривую, можно отметить, что она имеет несимметричную относительно

центра решетки ( $x = 0$ ) форму. Такая неудобная для многих приложений несимметрия была отмечена в нескольких работах, посвященных исследованию сфокусированных массивов [19]. Это типично для решеток с одной фокальной точкой. Процедура синтеза гарантирует наличие одной точки идеальной фокусировки на одной частоте. Это не позволяет прогнозировать положение фокального пятна в частотном диапазоне и управлять им.

Как видно из рис. 15, фокальная кривая лежит ниже точки  $z = F$ . Таким образом, видим, что точки максимальной напряженности поля и синфазного суммирования лучей (8) не совпадают. Этот эффект характерен для многих антенн со сфокусированной апертурой.

Следующий исследованный численно эффект – фазовое сканирование. Представленные ниже результаты получены на частоте  $f = 10$  ГГц. Фазы падающих волн в портах  $p_{im}$  имеют вид

$$\varphi_{0m} = kmP_y \sin \alpha_0, \tag{9}$$

где  $\alpha_0$  – параметр фазового сканирования, обеспечивающий смещение фокального пятна в плоскости  $YOZ$ .

Распределения полей (рис. 16а–16в) демонстрируют фазовое сканирование. Они рассчитаны для  $\alpha_0 = 20^\circ, 10^\circ$  и  $0^\circ$ .

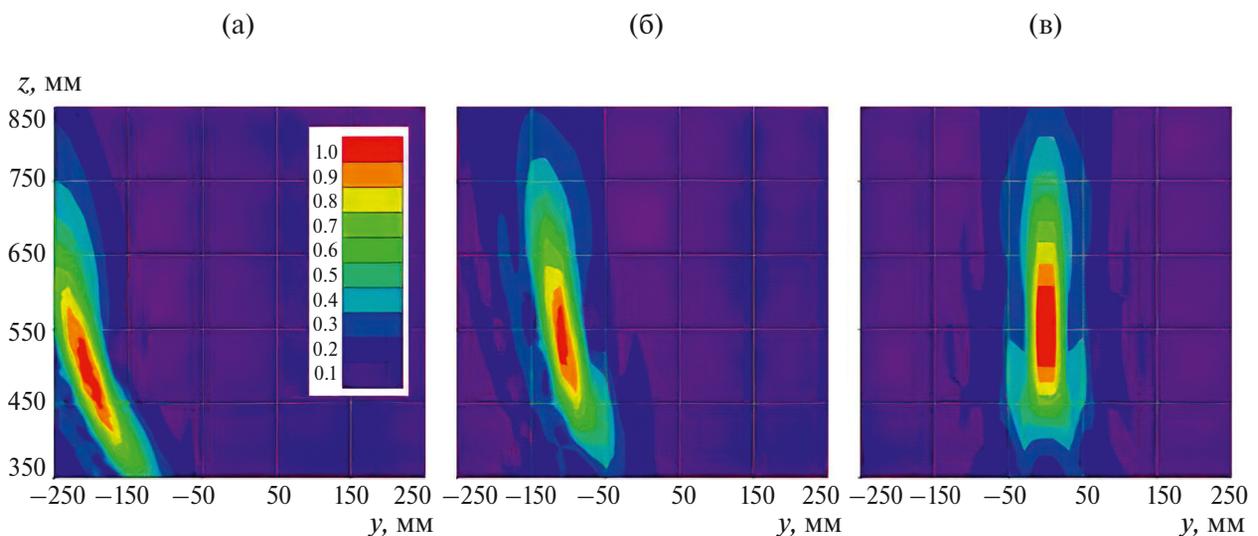


Рис. 16. Нормированное распределение электрического поля на частоте 10 ГГц в плоскости  $YOZ$  для углов  $\alpha_0 = 20^\circ$  (а),  $10^\circ$  (б),  $0^\circ$  (в).

Фокальное пятно перемещается в зависимости от угла  $\alpha_0$  вдоль фокальной кривой, расположенной в плоскости  $YOZ$ . Его можно приблизительно представить в виде окружности с центром в начале координат. Угол места, характеризующий в сферических координатах положение фокального пятна, приблизительно равен  $\alpha_0$ . Фокальные пятна для отрицательных углов  $\alpha_0$  не показаны, поскольку они имеют ту же форму, что и пятна, показанные на рис. 16, и расположены симметрично относительно плоскости  $XOZ$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Порядок СЛАУ по методу ОМР-РСВ намного меньше, чем порядок СЛАУ, типичный для стандартной системы электродинамического моделирования. Численный алгоритм был проверен для случая периодической щелевой волноводной решетки путем сравнения с моделированием в системе HFSS. Предложенный алгоритм показывает хорошее соответствие с результатами, полученными на HFSS, и высокую вычислительную эффективность.

Волноводная щелевая решетка — не единственная структура, подходящая для метода ОМР-РСВ. Он может быть просто модифицирован для решеток с ПВ, включая щелевые антенны на радиальной линии, решетки с интегрированными в подложку волноводами и т.д. Интересными объектами для будущего применения метода ОМР-РСВ являются полосковые решетки. Одна из них представлена в работе [20]. В отличие от волноводной полосковая линия позволяет одновременно изменять период расположения щелей вдоль оси  $Ox$  и длину отрезка полосковой линии, соединяющего две соседние щели. Эта дополнительная свободная переменная дает возможность синтезировать так называемую бифокальную решетку [20], имеющую две фокальные точки, в которых располагается фокальное пятно на двух разных частотах. Бифокальная решетка имеет контролируемую форму фокальной кривой, что важно для приложений, в которых частотное сканирование используется для обзора пространства.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке бюджетного финансирования в рамках государственного задания

Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hines J.N., Rumsey V.H., Walter C.H.* // Proc. IRE. 1954. V. 41. № 11. P. 1624.
2. *Stegen R.J.* // IRE Trans. 1952. V. AP-1. № 1. P. 62.
3. *Simmons A., Giddings O., Diamond M., Gindberg J.* // 1958 IRE Int. Convention Record. N.Y. 21–25 March 1966. N.Y.: IEEE. V. 11. P. 56.
4. *Hirokawa J., Ando M., Goto N.* // Dig. 1992 IEEE A&P Society Int. Symp. Chicago. 18–25 Jun. N.Y.: 1992. V. 4. P. 2130.
5. *Akiyama A., Yamamoto T., Hirokawa J. et al.* // IEE Proc. Microwaves, Antennas and Propagation. 2000. V. AP-147. № 2. P. 134.
6. *Ettorre M., Sauleau R., Le Coq L.* // IEEE Trans. 2011. V. AP-59. № 4. P. 1093.
7. *Buffi A., Serra A., Nepa P. et al.* // IEEE Trans. 2010. V. AP-58. № 5. P. 1536.
8. *Nguyen P.T., Abbosh A.M., Crozier S.* // IEEE Trans. 2017. V. AP-65. № 7. P. 3489.
9. *Li P.-F., Qu S.-W., Yang S., Nie Z.-P.* // IEEE Trans. 2017. V. AP-65. № 9. P. 4607.
10. *Engheta N., Murphy W.D., Rokhlin V., Vassiliou M.S.* // IEEE Trans. 1992. V. AP-40. № 6. P. 634.
11. *Амитей Н., Галиндо В., Бу Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.
12. *Xiao G.B., Mao J.F., Yuan B.* // IEEE Trans. 2008. V. AP-56. № 12. P. 3723.
13. *Lu W.B., Cui T.J., Qian Z.G. et al.* // IEEE Trans. 2004. V. AP-52. № 11. P. 3078.
14. *Matekovits L., Laza V. A., Vecchi G.* // IEEE Trans. 2007. V. AP-55. № 9. P. 2509.
15. *Rubio J., González M.A., Zapata J.* // IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. 2003. V. 2. P. 155.
16. *Rubio J., Gómez García A., Gómez Alcalá R. et al.* // IEEE Trans. 2019. V. AP-67. № 12. P. 7379.
17. *Банков С.Е.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 1. С. 27.
18. *Stein S.* // Quarterly Appl. Math. 1961. V. 19. № 1. P. 15.
19. *Банков С.Е., Калошин В.А., Фролова Е.В.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 6. С. 587.
20. *Bankov S.E., Frolova E.V., Kalinichev V.I.* // 2019 Antennas Design and Measurement Int. Conf. (ADMInC). St. Petersburg. 16–18 Oct. N.Y.: IEEE, 2019. P. 90.

# ELECTRODYNAMIC MODELING OF SLOT GRATINGS BY THE GENERALIZED SCATTERING MATRIX METHOD – SPHERICAL WAVE DECOMPOSITION

**S. E. Bankov\*, M. D. Duplenkova**

*Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics,  
Russian Academy of Sciences, Moscow, 125009 Russia*

*\*E-mail: sbankov@yandex.ru*

An algorithm is presented for the electrodynamic analysis of a two-dimensional waveguide slot array of finite dimensions. To solve the boundary value problem, the generalized scattering matrix method is used. The complex problem for a structure with large electrical dimensions is divided into two subproblems: wave scattering on one lattice element and the interaction of waves within the lattice. In accordance with this method, the electromagnetic field of a solitary lattice element is represented in the form of an expansion in incident and scattered spherical waves. The solution to the first subproblem is given by the scattering operator, which relates the amplitudes of the incident and scattered waves. The solution to the second subproblem yields an interaction matrix that relates the amplitudes of waves incident on the  $m$ th array element with the amplitudes of waves scattered by the  $n$ th element. Application of the scattering operator and interaction matrix to the analysed lattice leads to a system of linear algebraic equations for the amplitudes of the scattered waves. A non-periodic slot grating, focused in the Fresnel zone, containing up to a thousand elements is analysed. The obtained numerical results are in good agreement with the known behaviour of focused leaky wave gratings. Possible areas of application of the method are discussed.

*Keywords:* electrodynamic modelling, slot gratings, generalized scattering matrix, spherical waves