

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ  
РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6

СТРОГИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ, СОСТАВЛЕННОЙ  
ИЗ ПОЛЫХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ЦИЛИНДРОВ

© 2023 г. И. В. Донец<sup>a</sup>, А. М. Лерер<sup>a,\*</sup>, С. М. Цветковская<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Южный федеральный университет,  
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

<sup>b</sup>Донской государственный технический университет,  
пл. Гагарина, 1, Ростов-на-Дону, 344000 Российская Федерация

\*E-mail: lerer@sfedu.ru

Поступила в редакцию 07.02.2022 г.

После доработки 20.09.2022 г.

Принята к публикации 27.09.2022 г.

Разработан быстрый и строгий метод электродинамического анализа бесконечной цилиндрической линзы, выполненной из искусственного материала, представляющего собой массив одинаково ориентированных вдоль оси линзы полых проводящих цилиндров конечной длины с конечной толщиной стенок. Показано, что метод позволяет рассчитывать характеристики линз из большого числа элементов на персональном компьютере. Исследованы фокусирующие свойства линзы. Разработанный метод представляет собой альтернативу и средство проверки подхода, основанного на анализе линзы из гомогенизированного материала с показателем преломления бесконечного трехмерного фотонного кристалла.

DOI: 10.31857/S0033849423050054, EDN: UHNRAG

## ВВЕДЕНИЕ

Искусственные материалы, изготовленные из периодических металлических и/или диэлектрических частиц, чьи размеры много меньше длины волны, часто применяются в фокусирующих и направляющих устройствах электромагнитных волн. Такие периодические структуры называются фотонными или электромагнитными кристаллами [1]. При длинах волн, много больших периода структуры, такие искусственные материалы ведут себя как обычные диэлектрики с малой дисперсией. Микроволновые линзы, сделанные из этих структур, легче, чем обычные диэлектрические линзы.

Исторически первыми были доложены результаты по металлическим сферам, расположенным в диэлектрике [2]. Там же были определены эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости материала. Но материал, содержащий маленькие металлические сферы не очень технологичен. Металлические частицы других форм, как правило, дают более сильную анизотропию свойств материала [3].

В работах [4, 5] описан созданный легкий изотропный материал пригодный для массового производства линз с размерами больше 1 м. Но технология его изготовления представляется сложной.

В [6] предложены трехмерные периодические решетки, состоящие из полых металлических цилиндров со стенками конечной толщины. Такие решетки технологичны в изготовлении, имеют низкий вес и могут использоваться как легкий искусственный диэлектрик для многих видов микроволновых линз. Ранее в работах [7, 8] были доложены теоретические и экспериментальные результаты по цилиндрической линзе, сделанной из такого фотонного кристалла. В этих работах нами изложен метод электродинамического анализа и приведены результаты расчетов *трехмерно периодического бесконечного* фотонного кристалла, что позволило найти коэффициент преломления такого искусственного материала. Для определения оптического фокусного расстояния диэлектрической линзы достаточно знать ее геометрию и показатель преломления. Однако для определения рассеянного поля и создания фокусирующего устройства – линзы необходимо знать гомогенизированную относительную диэлектрическую  $\epsilon$  и магнитную проницаемость  $\mu$  среды – фотонного кристалла на низких частотах, когда на длине волн умещается несколько периодов кристаллической решетки.

В работе [7] было выяснено, что для обеих ортогональных мод кристалла кроме диэлектриче-

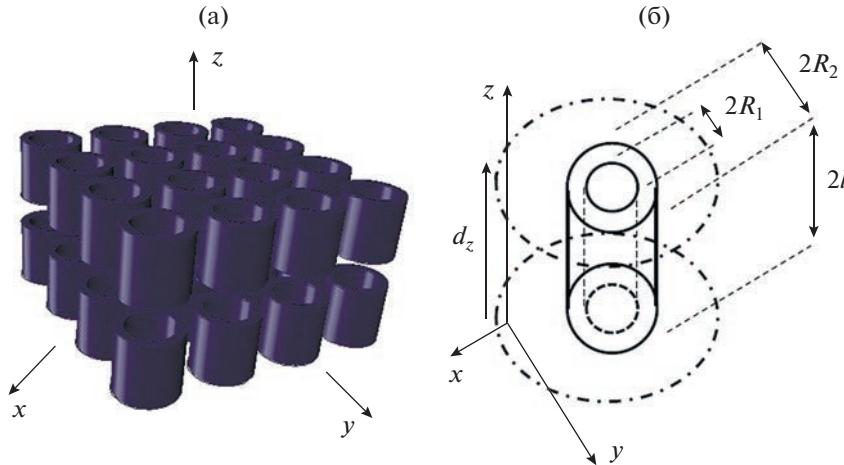


Рис. 1. Фотонный кристалл из полых цилиндров (а) и одиночный цилиндр (б).

ской проницаемости  $\epsilon > 1$  существует еще и магнитная проницаемость, отличная от единицы,  $\mu < 1$ . Также было установлено, что различные процедуры определения  $\epsilon$  и  $\mu$  дают в общем различные значения. Показано, в частности, что подбором геометрических размеров удается снизить анизотропию фотонного кристалла (ФК). В этих публикациях в качестве иллюстрации приводятся фотографии одного слоя экспериментальной цилиндрической линзы, конструирование которой было проведено исходя из найденных значений показателей преломления гомогенизированного материала. Для проектирования линз кроме определения параметров  $\epsilon$  и  $\mu$  необходимо также знать положение границы между воздухом и “эквивалентным” гомогенизированным материалом.

В то же время кроме экспериментального метода исследования фокусирующих свойств линзы из фотонного кристалла возможен строгий электродинамический метод анализа, учитывающий дифрагированное поле всех цилиндров, составляющих линзу. В такой постановке задачи ее размерность может показаться весьма значительной. Разработанный метод позволяет даже на персональном компьютере рассчитывать цилиндрическую линзу, имеющую в одном периодически повторяющемся слое порядка 1000 цилиндров. Решение этой задачи избавляет нас от необходимости неоднозначного определения параметров  $\epsilon$  и  $\mu$  а также нахождения месторасположения границы воздух–гомогенизированный материал.

Цель работы – создание строгого метода анализа и его применение для расчета линз из фотонных кристаллов.

## 1. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим элементарную ячейку бесконечной периодической по оси  $z$  структуры, состоящей из  $N$

одинаково ориентированных цилиндров вдоль оси  $z$  декартовой системы координат. Вся линза построена из повторяющихся ячеек вдоль оси  $z$  (рис. 1а). Все цилиндры могут иметь разные размеры, но для простоты рассмотрим случай одинаковых цилиндров (рис. 1б). Выбор бесконечной периодической по оси  $z$  структуры обусловлен двумя причинами. Во-первых, высота реальных линз много больше их радиуса. Во-вторых, такой подход позволяет использовать метод Флоке и решать задачу для одного слоя по оси  $z$ .

Решение поставленной задачи содержит следующие основные этапы.

1. Напряженность электрического поля определяется токами, текущими по стенкам цилиндров. Для этого используется векторный потенциал.

2. Используется интегральное представление функции Грина. Это облегчает вычисление матричных элементов системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), когда точки наблюдения и истока находятся на одном цилиндре.

3. Получено интегро-дифференциальное уравнение (ИДУ) относительно токов, текущих по стенкам цилиндра. ИДУ решены методом Галеркина.

4. Достоинство полученного решения – все матричные элементы СЛАУ выражены в явном виде.

Переходим к первому этапу решения. Выразим напряженность электрического поля через векторной потенциал  $\vec{A}$

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) = & \\ = -\frac{iZ_0}{k} & [\text{grad div } \vec{A}(x, y, z) + k^2 \vec{A}(x, y, z)] + \\ & + \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\vec{E}^{\text{внеш}} = \vec{E}_0 \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)]$$

— напряженность внешнего поля,  $k_{x,y,z}$  — компоненты волнового вектора  $\vec{k}$ ,

$$\vec{A}(x, y, z) = \int_S \vec{j}(s') G(x - x', y - y', z - z') ds', \quad (2)$$

$\vec{j}$  — плотность поверхностных токов на  $S$ -поверхности всех цилиндров,  $G$  — функция Грина для скалярного уравнения Гельмгольца.

В нашем случае

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{A}(x, y, z) &= Q(x, y, z) = \\ &= - \int_S (\vec{j}(s'), \operatorname{grad}' G(x - x', y - y', z - z')) ds'. \end{aligned} \quad (3)$$

Приравняв напряженность тангенциального электрического поля  $\vec{E}_\tau$  нулю на поверхности цилиндров, получим ИДУ относительно плотности токов на цилиндрах

$$\begin{aligned} \hat{\nabla} \left[ \operatorname{grad} Q(x, y, z) + k^2 \vec{A}(x, y, z) + \right. \\ \left. + i \frac{k}{Z_0} \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z) \right] = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$x, y, z \in S.$

Функция Грина ( $\Phi\Gamma$ ) для свободного пространства известна

$$\begin{aligned} G(x - x', y - y', z - z') &= \frac{1}{4\pi R} \exp(-ikR), \\ R &= \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}. \end{aligned}$$

Однако ее использование в такой форме нежелательно — при вычислении матричных элементов СЛАУ, когда точки наблюдения и истока находятся на одном цилиндре, нужно численно находить бисингулярные интегралы. Если вычисляются матричные элементы СЛАУ, когда точки наблюдения и истока находятся на разных цилиндрах, то этой проблемы не возникает, но интегралы в аналитическом виде все равно не берутся.

Введем оператор  $\hat{\nabla}$ :

$$\begin{aligned} \hat{\nabla} f(\alpha, \beta, \gamma) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{d_z} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma_p^2 - k^2} f(\alpha, \beta, \gamma_p), \\ \gamma_p &= \frac{2p\pi}{d_z} - k_z \end{aligned}$$

(далее индекс у  $\gamma_p$  не приводим).

Представим  $\Phi\Gamma$  в виде

$$\begin{aligned} G(x, x', y, y', z, z') &= \hat{\nabla} \exp[i(\chi - \chi')], \\ \chi &= \alpha x + \beta y + \gamma z, \quad \chi' = \alpha x' + \beta y' + \gamma z'. \end{aligned}$$

Введем на  $n$ -м цилиндре локальную цилиндрическую систему координат, связанную с центром этого цилиндра  $r, \varphi, \zeta$ . Глобальные координаты связаны с локальными координатами следующими выражениями:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi + x_{c,n}, \quad y = r \sin \varphi + y_{c,n}, \\ z &= \zeta + z_{c,n}. \end{aligned}$$

Кроме того, введем переменные  $\alpha = \rho \cos \psi$ ,  $\beta = \rho \sin \psi$ .

Подставим (2), (3) в (1) и получим

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}^{\text{внеш}}(x, y, z) - \\ &- \frac{i Z_0}{k} \hat{\nabla} \sum_{n'=1}^N \exp(-i\chi_{n'}) R_{n'} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-l_{n'}}^{l_{n'}} \hat{\vec{E}}_{n'}(x, y, z; \varphi', \zeta') \exp(-\gamma\zeta') d\zeta', \end{aligned} \quad (5)$$

где  $R_{n'}$  — радиус цилиндра с номером  $n'$ ,  $\chi_{n'} = \alpha x_{c,n'} + \beta y_{c,n'} + \gamma z_{c,n'}$ ,

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';\varphi}(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= \hat{E}_{n';\varphi}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') + \hat{E}_{n';\varphi}^2(x, y, z; \varphi', \zeta'), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';\varphi}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} H(\varphi, \zeta) (\vec{j}_{n'}(\varphi', \zeta'), \operatorname{grad}' H(\varphi', \zeta')) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';\varphi}^2(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= k^2 H(\varphi, \zeta) j_{n';\varphi}(\varphi', \zeta') (\vec{e}_\varphi \vec{e}_{\varphi'}) H(\varphi', \zeta'), \\ \hat{E}_{n';z}(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= \hat{E}_{n';z}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') + \hat{E}_{n';z}^2(x, y, z; \varphi', \zeta'), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';z}^1(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= -i\gamma H(\varphi, \zeta) (\vec{j}_{n'}(\varphi', \zeta'), \operatorname{grad}' H(\varphi', \zeta')) \end{aligned}$$

и

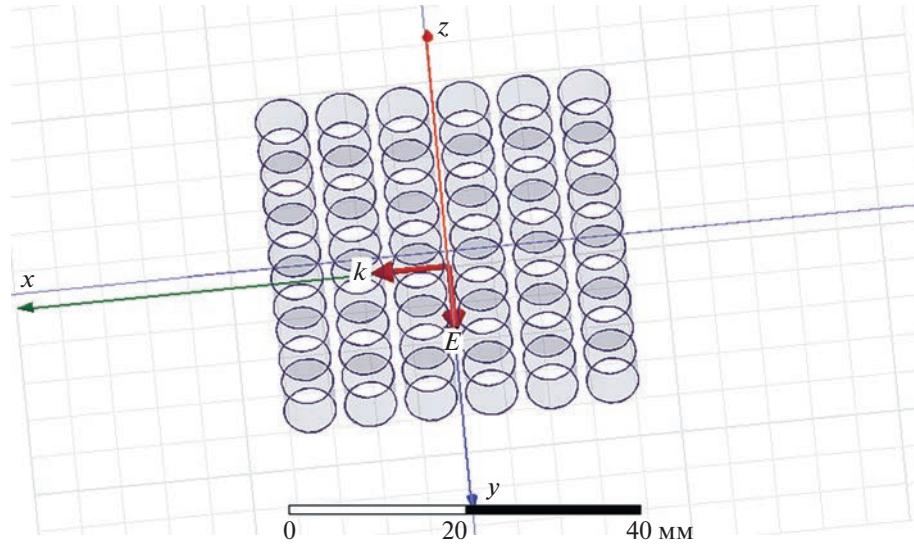
$$\begin{aligned} \hat{E}_{n';z}^2(x, y, z; \varphi', \zeta') &= \\ &= k^2 H(\varphi, \zeta) j_{n';z}(\varphi', \zeta') H(\varphi', \zeta'). \end{aligned}$$

Были использованы обозначения

$$H(\varphi, \zeta) = \exp[-i\rho r \cos(\varphi - \psi)] \exp(-i\gamma\zeta),$$

$$H(\varphi', \zeta') = \exp[-i\rho R_{n'} \cos(\varphi' - \psi)] \exp(-i\gamma\zeta').$$

Подставив (5) в (4), получим искомое ИДУ, которое решаем методом Галеркина. Для этого представим



**Рис. 2.** Исследуемая структура в пакете HFSS: 36 ( $6 \times 6$ ) идеально проводящих цилиндров, образующих элементарную ячейку с периодическими граничными условиями на ограничивающих плоскостях, перпендикулярных осям  $z$ .

компоненты плотности поверхностного тока — поперечные  $j_{n';\phi}$  и продольные  $j_{n';z}$  — в виде

$$\begin{aligned} j_{n';\phi}(\varphi', \zeta') &= \frac{1}{R_n'} \times \\ &\times \sum_{m'=-M_\phi}^{M_\phi} \exp(-im'\varphi') \sum_{v'=0}^{M_z} X_{n';m'v'} \bar{T}_{v'} \left( \frac{\zeta'}{l_{n'}} \right), \\ j_{n';z}(\varphi', \zeta') &= \frac{1}{R_n'} \times \\ &\times \sum_{m'=-M_\phi}^{M_\phi} \exp(-im'\varphi') \sum_{v'=0}^{M_z} Y_{n';m'v'} \bar{U}_{v'} \left( \frac{\zeta'}{l_{n'}} \right), \end{aligned}$$

где  $\bar{T}_{v'}$ ,  $\bar{U}_{v'}$  — взвешенные полиномы Чебышева,  $X_{n';m'v'}$ ,  $Y_{n';m'v'}$  — неизвестные коэффициенты.

Проделав все стандартные для метода Галеркина преобразования, получим СЛАУ порядка  $4N(2M_\phi + 1)(M_z + 1)$ . (Общий вид этой СЛАУ не приводим из-за ее громоздкости.) Отметим, что все интегралы в матричных элементах СЛАУ находятся аналитически. Для сокращения вычислений также можно часть элементов матрицы СЛАУ заменить нулями, что соответствует пренебрежению взаимным влиянием цилиндров, расположенных далеко друг от друга.

После решения СЛАУ находим поле (5) в ближней зоне ФК. Нетрудно найти асимптотику (5) для поля в дальней зоне.

Разработанный метод имеет быструю внутреннюю сходимость по числу используемых базисных функций. Так, для цилиндров с размерами на порядок меньше длины волны при вычислении

полей в ближней зоне с точностью 0.1% нужно использовать две базисные функции вдоль оси  $z$ :  $M_z = 1$ , и одну—три по углу  $\phi$ :  $M_\phi = 0, 1$ .

## 2. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для анализа линзы по приведенным формулам была написана программа на языке С. Для исследования фокусирующей линзы рассчитывались поля в ближней зоне. Для верификации полученных результатов применялся пакет HFSS в случае небольшого количества цилиндров.

Для сравнения результатов расчетов и требуемых компьютерных ресурсов была рассмотрена дифракция плоской волны, падающей вдоль оси  $x$  на линзу. Элементарная ячейка линзы состоит из 36 цилиндров, образующих квадрат. Рисунок структуры в проекте на HFSS представлен на рис. 2. Параметры структуры — частота 2.5 ГГц, высота цилиндров  $2l = 6.5$  мм,  $R_1 = 2.95$  мм,  $R_2 = 3$  мм,  $d_z = 8$  мм,  $d_x = d_y = 7$  мм.

Программа занимает память 10 Мб и считает в течение 3.6 с при точности определения полей в ближней зоне по внутренней сходимости 0.1%. Проект на HFSS для достижения приблизительно той же точности по внутренней сходимости выполнял 11 итераций. Критерием точности вычислений в HFSS авторы выбрали изменение полей в ближней зоне на каждом шаге итерации. Так, поля изменились на 0.05% с 10 на 11 шаг итерации. Максимальная использованная HFSS память равнялась 5.2 Гб, решение длилось 1430 с при использовании всех ядер процессора. Максимальный размер линзы, которая может быть посчитана

на в пакете HFSS, определяется объемом имеющейся памяти компьютера и доступным временем для получения результата. Удовлетворительный по точности расчет линзы с числом цилиндров в ячейке, большим чем 40...50, в пакете HFSS невозможен на имеющемся в распоряжении авторов компьютере с оперативной памятью 16 Гб. В табл. 1 приведены время счета и память компьютера при разработанной программы для анализа линз разных размеров.

Была исследована перпендикулярная (см. рис. 2) и параллельная поляризация (для этого на рис. 2 нужно стрелку вектора  $\vec{E}$  расположить вдоль оси  $z$ ). Результаты расчетов приведены на рис. 3 и 4. На всех рисунках построена амплитуда полного поля, нормированная на амплитуду падающей волны. Центр линзы совпадает с нулем оси  $x$ . Следовательно, область вблизи нуля полям внутри линзы, область с большими отрицательными значениями  $x$  находится перед линзой, с большими положительными  $x$  — за линзой.

Как видно из рисунков, результаты двух программ (HFSS и разработанной) практически совпадают. Поле перед линзой представляет собой сумму падающего и переотраженного полей. Внутри линзы поле имеет осциллирующий характер с периодом  $d_x$ . В случае перпендикулярной поляризации электрическое поле в максимумах намного превышает падающее поле, в случае параллельной поляризации, наоборот, — много меньше падающего поля. Это объясняется тем, что ось  $x$

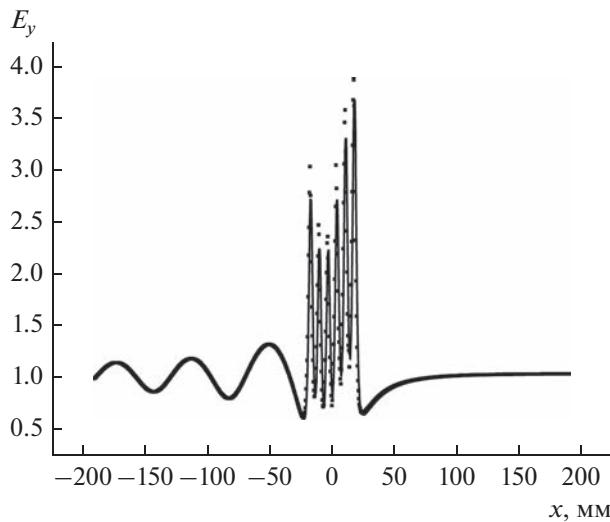
**Таблица 1.** Время счета и используемая память для анализа линз разработанной программой. Размер ячейки линзы — количество цилиндров образующих квадратную ячейку линзы с последующим “обрезанием углов”

| Размер ячейки линзы | Память, Гб | Время счета, с |
|---------------------|------------|----------------|
| 10 × 10             | 0.092      | 11.6           |
| 20 × 20             | 1.47       | 69.2           |
| 30 × 30             | 7.46       | 262.6          |

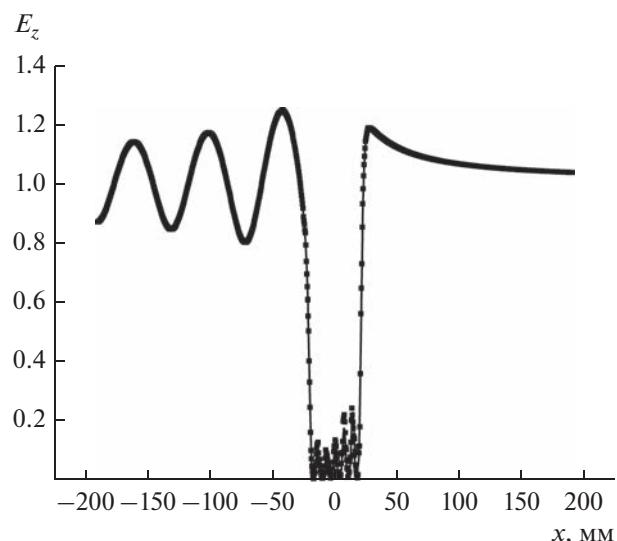
проходит на уровне половинной высоты цилиндров. То есть в пространстве между боковыми стенками соседних цилиндров поле при параллельной поляризации ослаблено, а при перпендикулярной поляризации, наоборот, усилено по сравнению с падающим полем. Не очень сильный эффект фокусировки поля за линзой можно объяснить ее малыми поперечными размерами и не круглым поперечным сечением.

Рассмотрим фокусирующие свойства линз, полученных из квадратного фотонного кристалла с квадратной кристаллической решеткой “обрезанием углов” (рис. 5). Параметры структуры: частота 4.5 ГГц, высота цилиндров  $2l = 5.5$  мм,  $R_1 = 2.95$  мм,  $R_2 = 3$  мм, периоды структуры:  $d_z = 8$  мм,  $d_x = d_y = 8$  мм.

Результаты расчетов приведены на рис. 6а, 6б, 7. Как видно из рисунков, увеличение диаметра линзы с 1.2 до 3.75 длин волн увеличивает амплитуду сфокусированного поля с 1.646 до 2.257 амплитуд



**Рис. 3.** Амплитуда полного поля  $E_y$  (внешнего плюс дифрагированного, нормированного на амплитуду внешнего) вдоль оси  $x$ ; вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен оси цилиндров; сплошная линия — результаты разработанной программы, точки — HFSS.



**Рис. 4.** Амплитуда полного поля  $E_z$  вдоль оси  $x$ ; вектор  $\vec{E}$  параллелен оси цилиндров; сплошная линия — результаты разработанной программы, точки — HFSS.

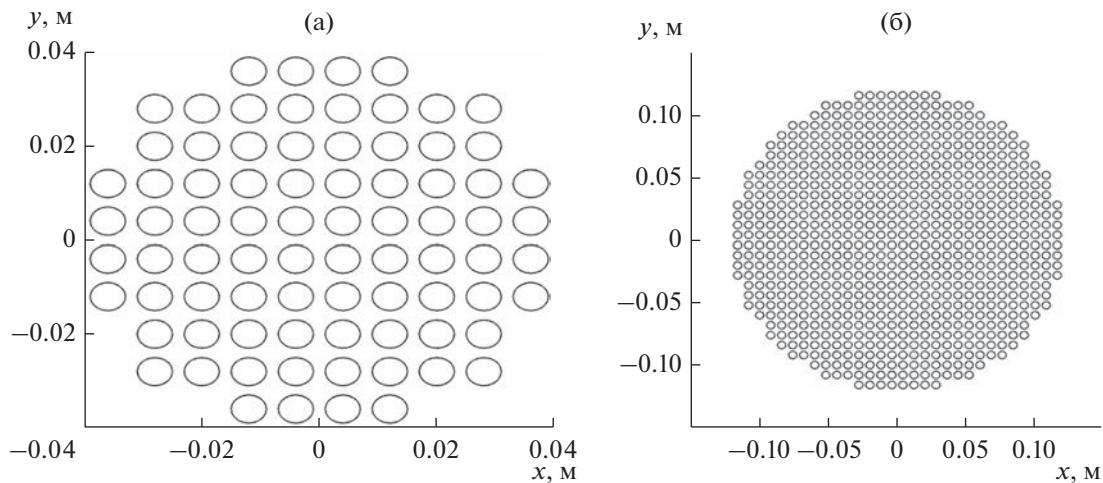


Рис. 5. Поперечное сечение “цилиндрической линзы”: фотонный кристалл с обрезанными углами, состоящий из 10 на 10 (а) и 30 на 30 цилиндров (б); овалы – поперечное сечение проводящих цилиндров, образующих ячейку (слой) линзы.

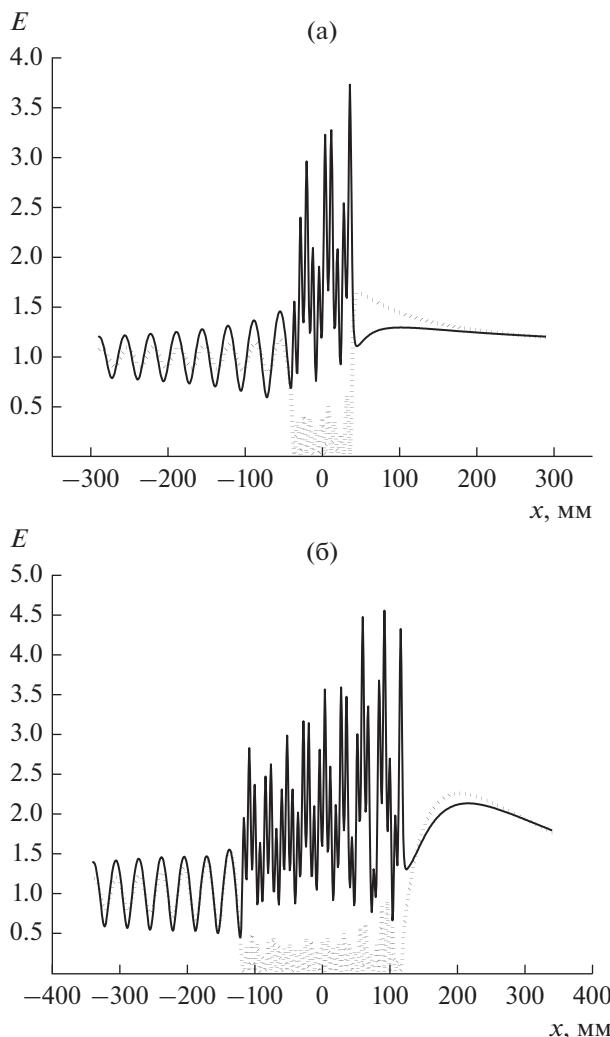


Рис. 6. Полные поля вдоль оси  $x$ :  $E_y$  (перпендикулярная поляризация – сплошные кривые) и  $E_z$  (параллельная поляризация – пунктир) для линз, изображенных на рис. 5а (а) и 5б (б).

падающего поля для параллельной поляризации и с 1.297 до 2.135 для перпендикулярной поляризации. В целом для линзы 30 на 30 цилиндров диаметром 3.75 длины волны максимальное усиление падающего поля в фокальном пятне составляет 7.1 дБ для параллельной поляризации и 6.6 дБ для перпендикулярной. Из данных рис. 7 можно сделать вывод, что расплывание фокального пятна в перпендикулярном направлении (относительно направления падающей волны) значительно меньше, чем в продольном.

Из рис. 5 очевидно, что линза должна обладать анизотропией свойств относительно направления падающей волны. На рис. 8 построены зависимости полей за линзой, показанной на рис. 5б при трех различных направлениях распространения падающей волны, которые определяются углом между осью  $x$  и направлением распространения – 0, 22.5, 45 град. Как видно из рисунка, отличия при различных направлениях могут достигать 5%. Такой результат есть сумма анизотропии самого фотонного кристалла, а также влияния неидеальности границы воздух–кристалл. Последнее слагаемое должно уменьшаться при увеличении размеров линзы. Можно ожидать, что “не кристаллическое” расположение цилиндров в материале, т.е. более однородное относительно поворота вокруг оси симметрии линзы, даст меньшую анизотропию. Разработанная программа позволяет анализировать структуры с произвольным расположением цилиндров, но здесь мы ограничимся случаем их “кристаллического” расположения.

Один из существующих методов анализа устройств из метаматериалов сводится к определению параметров  $\epsilon$  и  $\mu$  гомогенного материала, эквивалентного бесконечному ФК, и к замене фотонного кристалла в устройстве на этот мате-

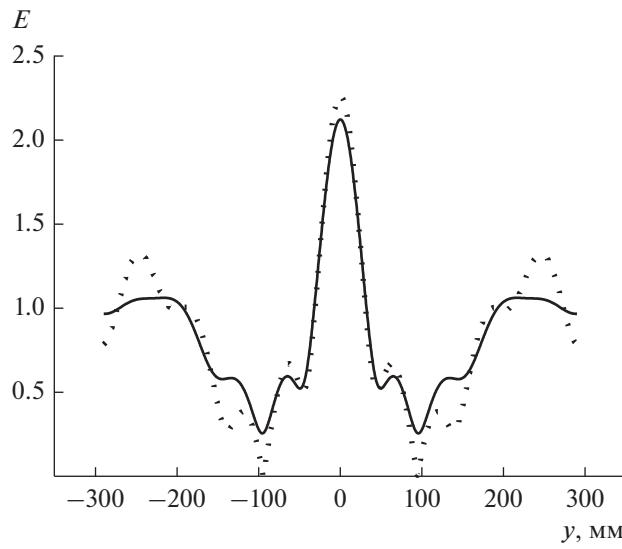


Рис. 7. Полные поля вдоль оси  $y$  при  $x = 200$  мм:  $E_y$  (перпендикулярная поляризация — сплошная кривая) и  $E_z$  (параллельная поляризация — пунктир) для линзы, изображенной на рис. 5б.

риал. Для обоснования упомянутого выше метода был проведен численный эксперимент. Поля перед и за линзой сверялись с полями круглого гомогенного цилиндра из материала с  $\epsilon$  и  $\mu$ . Поскольку результат определения  $\epsilon$  и  $\mu$  зависит от

используемого способа определения [7], но при этом неясно точное расположение границы гомогенного цилиндра, то подгонка параметров  $\epsilon$  и  $\mu$ , расстояния вдоль радиуса цилиндра от крайней точки фотонного кристалла до границы гомогенного цилиндра  $d_r$ , осуществлялись из условия минимального среднеквадратичного отклонения поля линзы из ФК и гомогенного цилиндра. Результаты подгонки для линз различного радиуса приведены в табл. 2. Линза формируется из ячейки с квадратным поперечным сечением из  $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$  элементов с последующим “обрезанием углов”.

Как видно из табл. 2, результаты соответствуют данным работы [7] — относительная диэлектрическая проницаемость больше единицы  $\epsilon > 1$  и относительная магнитная проницаемость меньше единицы  $\mu < 1$ . То есть материал линзы является магнитодиэлектриком с выраженным димагнитным эффектом. Но в целом описание линзы гомогенизированным однородным цилиндром с конкретным радиусом,  $\epsilon$  и  $\mu$  является достаточно приближенным и носит качественный характер. Точный результат можно получить только электродинамическим решением, учитывающим дискретный характер среды. Разработанный метод и программа позволяют это сделать, используя обычный персональный компьютер.

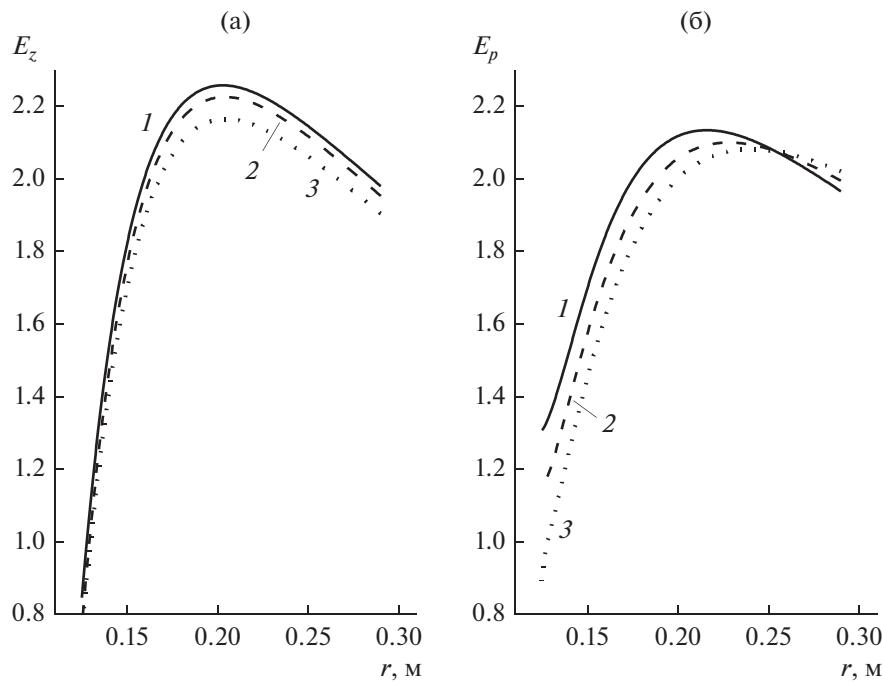


Рис. 8. Амплитуды полного поля за линзой при падении волн, поляризованной вдоль (а) и перпендикулярно оси  $z$  (б) при угле падения 0 (1), 22.5 (2), 45 град (3);  $r$  — расстояние вдоль радиуса цилиндра; направление радиуса совпадает с направлением падающей волны.

**Таблица 2.** Результаты определения параметров эквивалентного гомогенного цилиндра при параллельной и перпендикулярной поляризации

| $\sqrt{N}$ | Параллельная |       |            | Перпендикулярная |       |            |
|------------|--------------|-------|------------|------------------|-------|------------|
|            | $\epsilon$   | $\mu$ | $d_r$ , мм | $\epsilon$       | $\mu$ | $d_r$ , мм |
| 10         | 2            | 0.8   | -4.5       | 2.5              | 0.6   | -2.5       |
| 12         | 2.3          | 0.8   | -7.65      | 2.5              | 0.6   | -6.3       |
| 14         | 2.1          | 0.8   | -5.85      | 2                | 0.7   | 2.7        |
| 16         | 2.4          | 0.6   | 2.7        | 2.4              | 0.6   | 1.35       |
| 18         | 2.1          | 0.7   | 1.35       | 1.5              | 1     | -7.65      |
| 20         | 2.5          | 0.6   | 2.25       | 2.5              | 0.6   | -1.8       |
| 22         | 2.4          | 0.6   | 2.25       | 2.2              | 0.7   | -6.75      |
| 30         | 2.5          | 0.6   | 0.9        | 1.9              | 0.8   | -6.3       |

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан быстрый и строгий метод электродинамического анализа бесконечной цилиндрической линзы, выполненной из искусственного материала, представляющего собой полые проводящие цилиндры конечной длины, одинаково ориентированные вдоль оси линзы. Показано, что разработанный метод позволяет рассчитывать на персональном компьютере характеристики линз с элементарной ячейкой — слоем, содержащим большое число цилиндров.

Линза из предлагаемого материала обладает фокусирующими свойствами. К достоинствам такой линзы следует отнести малый вес, технологичность изготовления, возможность изменения фокусирующих свойств путем несложного варьирования параметров искусственного материала.

Показано, что такой материал, при размерах проводящих цилиндров много меньше длины волны, может быть приближенно описан гомогенизованным материалом — магнитодиэлектриком с выраженным диамагнитным эффектом, что нужно учитывать при конструировании линзы. Но более строгий анализ требует электродинамического учета переизлучаемых полей каждым отдельным цилиндрическим элементом линзы, что является отличительной чертой предлагаемого подхода.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2013.
- Lewin L. // J. Inst. Electric Engineering. Pt. III: Radio and Commun. Eng. 1947. V. 94. № 27. P. 65. <https://doi.org/10.1049/ji-3-2.1947.0013>
- Dankov P.I. // Proc. IEEE MTT-S Int. Microwave Workshop Series on Advanced Materials and Processes (IMWS-AMP 2017). Pavia. 20–22 Sept. N.Y.: IEEE, 2017. P. 8247430.
- Matitsine S. Artificial Dielectric Material and Method of Manufacturing the Same. US Pat. № 8518537 B2. Publ. 25 Jun. 2009.
- Matytsine L., Lagoiski P., Matytsine M., Matitsine S. // Proc. 6th Europ. Conf. on Antennas and Propagation. (EUCAP 2012). Prague. 26–30 Mar. N.Y.: IEEE, 2012. P. 2266.
- Sledkov V. Artificial Dielectric Material and Focusing Lenses Made of It. New Zealand (NZ) Pat. № 752904. Publ. 19 Mar. 2021.
- Donets I.V., Lerer A.M., Li Z.M. et al. // J. Electromagnetic Waves and Appl. 2022. V. 36. № 7. P. 1020.
- Donets I.V., Lerer A.M., Sledkov V.A. et al. // Proc. 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW) Conf. Divnomorskoe. 28 Jun.–2 Jul. N.Y.: IEEE, 2021. P. 47.