

ОРИЕНТАЦИОННЫЙ ПЕРЕХОД НАМАГНИЧЕННОСТИ  
В УСЛОВИЯХ ОДНООСНОЙ АНИЗОТРОПИИ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ© 2023 г. В. С. Власов<sup>а</sup>, В. Г. Шавров<sup>б</sup>, В. И. Щеглов<sup>б</sup> \*<sup>а</sup>Сыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,  
Октябрьский просп., 55, Сыктывкар, 167001 Российская Федерация<sup>б</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

\*E-mail: vshcheg@cplire.ru

Поступила в редакцию 17.05.2022 г.

После доработки 17.05.2022 г.

Принята к публикации 25.06.2022 г.

Рассмотрено влияние одноосной анизотропии высоких порядков на характер ориентационного перехода намагниченности. В геометрии нормального намагничивания среды относительно оси анизотропии получена плотность энергии и равновесное положение намагниченности в зависимости от величины приложенного поля. Рассмотрена ориентация намагниченности при анизотропии от второго до восьмого четных порядков включительно. В качестве примера рассмотрено одновременное присутствие анизотропии второго и четвертого порядков. Для этого случая получено алгебраическое уравнение третьей степени, для анализа которого использован дискриминант Кардано. Показано, что в случае отрицательного значения дискриминанта зависимость ориентации намагниченности от поля имеет гистерезисный характер.

DOI: 10.31857/S0033849423010138, EDN: CEWSJN

## ВВЕДЕНИЕ

Ферритовые пленки находят широкое применение в устройствах обработки аналоговой информации в диапазоне СВЧ [1–5]. Для цифровой информации определенные перспективы открывают устройства на магнитных доменах и их стенках [6]. Особо следует отметить эксперименты по воздействию на пленки мощного излучения фемтосекундного лазера [7, 8], открывающие перспективы увеличения быстродействия цифровых устройств на несколько порядков.

В подобных устройствах используются ферриты, обладающие одноосной магнитной анизотропией. Приложение магнитного поля, перпендикулярного оси анизотропии, вызывает ориентационный переход намагниченности к направлению поля [9, 10]. В условиях ориентационного перехода динамика намагниченности имеет сложный характер, в том числе может прецессировать не только сам вектор намагниченности, но и его равновесное положение [10, гл. 9, 10]. В пленках с доменами существуют новые типы магнитостатических волн, в том числе имеющие обратный характер [11, гл. 12–14].

Исследования, касающиеся свойств намагниченности в условиях ориентационного перехода ограничиваются, как правило, рассмотрением простейшей одноосной анизотропии второго по-

рядка. Однако в экспериментах на реальных пленках наблюдается анизотропия более высоких порядков, в частности четвертого [11, с. 296, 304], которая обуславливает гистерезисный характер ориентационных зависимостей частоты ферромагнитного резонанса и магнитостатических волн.

Целью настоящей работы является выяснение влияния анизотропии высоких порядков на характер ориентационных переходов намагниченности.

## 1. ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим ориентационный переход на примере намагничивания безграничной среды с одноосной анизотропией полем, перпендикулярным оси анизотропии. В основу рассмотрения положим схему, принятую для случая одноосной анизотропии второго порядка в работе [10, с. 202–207]. Основные понятия будем использовать аналогично принятым в [6, 12]. Геометрия задачи представлена на рис. 1.

При рассмотрении будем использовать две системы координат с общим основанием — декартову  $Oxyz$  и сферическую  $O'r\theta\varphi$ . Ось декартовой системы  $Oz$  ориентируем вдоль оси анизотропии, а ось  $Ox$  — вдоль внешнего поля  $\vec{H}$ . Полярный угол

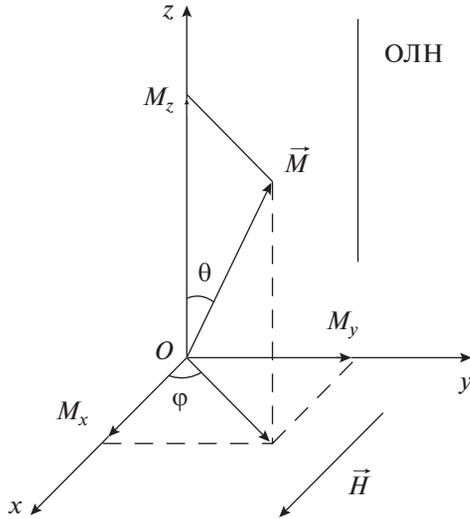


Рис. 1. Геометрия задачи [10], ОЛН – ось легкого намагничивания, т.е. ось одноосной анизотропии типа “легкая ось”.

сферической системы  $\theta$  будем отсчитывать от оси анизотропии, т.е.  $Oz$ , а азимутальный  $\varphi$  – от направления поля, т.е.  $Ox$ .

Компоненты вектора намагниченности имеют вид

$$M_x = M_0 \sin \theta \cos \varphi, \quad (1)$$

$$M_y = M_0 \sin \theta \sin \varphi, \quad (2)$$

$$M_z = M_0 \cos \theta. \quad (3)$$

## 2. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ И ЕЕ МИНИМИЗАЦИЯ

Будем полагать, что в отсутствие поля вектор намагниченности ориентируется вдоль оси  $Oz$  (анизотропия типа “легкая ось”). При включении поля вектор намагниченности постепенно поворачивается к направлению поля, т.е. переориентируется к оси  $Ox$ , в чем и состоит ориентационный переход. Когда поле достигает значения, равного полю анизотропии, намагниченность устанавливается точно вдоль оси  $Ox$  и далее не меняется, так что ориентационный переход заканчивается.

В силу симметричности геометрии переход происходит в плоскости  $Oxz$ , так что можно принять  $\varphi = 0$ . При этом компоненты вектора намагниченности (1)–(3) принимают вид

$$M_x = M_0 \sin \theta, \quad (4)$$

$$M_y = 0, \quad (5)$$

$$M_z = M_0 \cos \theta. \quad (6)$$

Подобно формуле, представленной в работе [10, (4.211)], запишем плотность энергии одноосной анизотропии высоких порядков в виде

$$U_a = \alpha_2 m_z^2 + \alpha_4 m_z^4 + \dots + \alpha_{2n} m_z^{2n} + \dots, \quad (7)$$

где  $\alpha_{2n}$  – константы анизотропии порядка  $2n$ ,  $m_z$  – нормированная на  $M_0$  компонента намагниченности:  $m_z = M_z/M_0$ .

Учитывая, что

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = M_0^2, \quad (8)$$

а также полагая  $M_y = 0$ , так что

$$M_z^2 = M_0^2 - M_x^2, \quad (9)$$

приведем (7) к виду

$$U_a = \frac{K_2}{M_0^2} M_x^2 + \frac{K_4}{M_0^4} M_x^4 + \dots + \frac{K_{2n}}{M_0^{2n}} M_x^{2n} + \dots \quad (10)$$

С учетом (4) плотность энергии анизотропии принимает вид

$$U_a = K_2 \sin^2 \theta + K_4 \sin^4 \theta + \dots + K_{2n} \sin^{2n} \theta + \dots \quad (11)$$

Эффективное поле анизотропии, получаемое из формулы (4), в соответствии с [10, (4.55)], принимает вид

$$\begin{aligned} H_a &= \left. \frac{\partial U_a}{\partial M_x} \right|_{M_x=M_0} = \frac{2K_2}{M_0^2} M_x + \\ &+ \frac{4K_4}{M_0^4} M_x^3 + \dots + \frac{2nK_{2n}}{M_0^{2n}} M_x^{2n-1} + \dots \Bigg|_{M_x=M_0} = \\ &= \frac{2}{M_0} (K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots). \end{aligned} \quad (12)$$

Рассматриваемый здесь ориентационный переход состоит в воздействии на намагниченность двух сил – анизотропии и внешнего поля. То есть теперь еще следует определить роль внешнего поля. Плотность энергии взаимодействия намагниченности с внешним полем равна [6, 12]:

$$U_m = -\vec{M}\vec{H}. \quad (13)$$

В принятой геометрии получаем

$$U_m = -M_0 H_0 \sin \theta. \quad (14)$$

С учетом (12) введем нормированное внешнее поле:

$$h = \frac{H_0}{H_a} = \frac{H_0 M_0}{2(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots)}. \quad (15)$$

При этом (14) принимает вид

$$U_m = -2h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots) \sin \theta. \quad (16)$$

Примем полную энергию в виде

$$U = U_a + U_m, \quad (17)$$

откуда с учетом (11) и (14) получаем

$$U = K_2 \sin^2 \theta + K_4 \sin^4 \theta + \dots + K_{2n} \sin^{2n} \theta + \dots - 2h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots) \sin \theta. \quad (18)$$

Равновесная ориентация вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода соответствует минимуму плотности энергии (18). Минимум найдем из условия

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0, \quad (19)$$

подставляя в которое (18) и разделяя на  $2 \cos \theta$ , получаем

$$K_2 \sin \theta + 2K_4 \sin^3 \theta + \dots + nK_{2n} \sin^{2n-1} \theta + \dots - h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n} + \dots) = 0. \quad (20)$$

Это — уравнение для определения равновесной ориентации вектора намагниченности в условиях ориентационного перехода. Неизвестным параметром, подлежащим определению, здесь является полярный угол  $\theta$  вектора намагниченности  $\vec{M}$ .

Можно видеть, что относительно  $\sin \theta$  это уравнение по структуре является степенным, с показателем степени, возрастающим по мере увеличения порядка анизотропии. Так, для анизотропии порядка  $2n$  в отсутствие более высоких порядков степень уравнения равняется  $2n - 1$ , причем показатели степени являются нечетными.

При ограниченном значении  $n$  уравнение (20) принимает вид

$$K_2 \sin \theta + 2K_4 \sin^3 \theta + \dots + 2nK_{2n} \sin^{2n-1} \theta - h(K_2 + 2K_4 + \dots + 2nK_{2n}) = 0. \quad (21)$$

Решение полученного уравнения при произвольном, даже ограниченном числе  $n > 2$ , аналитическими средствами вряд ли возможно. Однако если ограничиться рассмотрением анизотропии только одного порядка  $2n$ , так что все константы анизотропии кроме  $K_{2n}$  обращаются в нуль, то уравнение (20) принимает вид

$$2nK_{2n} \sin^{2n-1} \theta - h(2nK_{2n}) = 0, \quad (22)$$

из которого получаем

$$\sin^{2n-1} \theta - h = 0. \quad (23)$$

При этом

$$\theta = \arcsin(h^{1/(2n-1)}). \quad (24)$$

Примечательно, что в этом случае угол  $\theta$  от величины константы анизотропии не зависит в силу нормировки поля. Можно видеть, что при  $n = 1$ ,

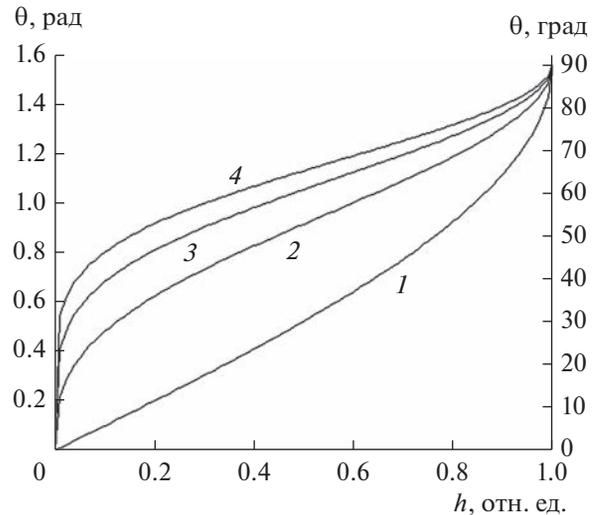


Рис. 2. Зависимости равновесного значения полярного угла намагниченности  $\theta$  от нормированного поля  $h$  при различных порядках анизотропии: 1 — второй, 2 — четвертый, 3 — шестой, 4 — восьмой.

т.е. когда анизотропия имеет только второй порядок, выражение (24) дает

$$\theta = \arcsin(h), \quad (25)$$

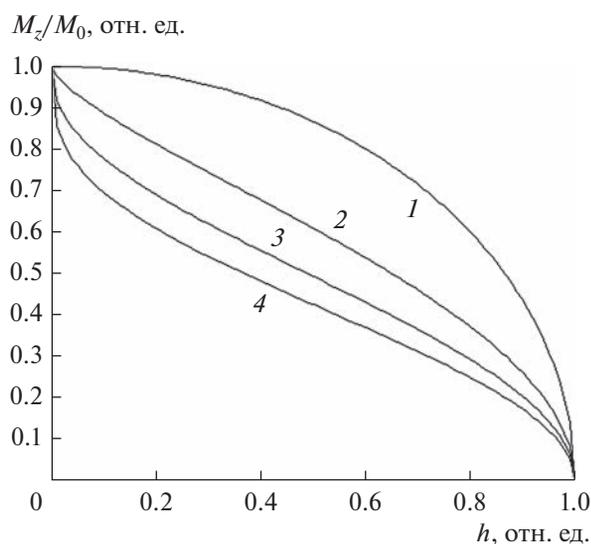
что совпадает с подобной формулой, полученной в [10, (5.24)].

*Замечание.* Можно полагать, что влияние анизотропии высоких порядков с ростом величины порядка постепенно убывает. Подобные экспериментальные данные по одноосной анизотропии авторам данной работы не известны, однако относительно кубической анизотропии отмечено, что константа шестого порядка (в традиционном обозначении  $K_2$ ), как правило, в несколько раз меньше константы анизотропии четвертого порядка (традиционное обозначение  $K_1$ ) [3, рис. 2.12].

### 3. ОРИЕНТАЦИЯ ВЕКТОРА НАМАГНИЧЕННОСТИ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕХОДА ПРИ АНИЗОТРОПИИ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

На рис. 2 представлены зависимости равновесного значения полярного угла намагниченности  $\theta$  от нормированного поля  $h$  при различных порядках анизотропии, построенные в соответствии с формулой (24).

Из рисунка видно, что увеличение порядка анизотропии ускоряет начальное отклонение вектора намагниченности от оси  $Ox$ , причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. Однако далее стремление ориентации вектора намагниченности к направлению поля



**Рис. 3.** Зависимости нормированного значения компоненты намагниченности  $M_z$  от нормированного поля  $h$  при различных порядках анизотропии: 1 – второй, 2 – четвертый, 3 – шестой, 4 – восьмой.

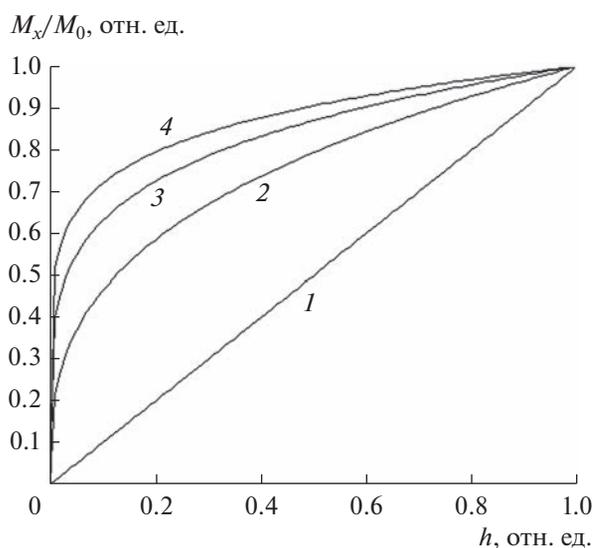
все же замедляется и намагниченность выстраивается вдоль поля при одном и том же значении нормированного поля, равном единице.

На рис. 3 представлены зависимости нормированного значения компоненты намагниченности  $M_z$  от нормированного поля  $h$  при различных порядках анизотропии, построенные по формуле (24) с учетом (6).

Из рисунка видно, что увеличение порядка анизотропии ускоряет начальный спад  $z$ -компоненты вектора намагниченности от поля  $h$ , причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. Однако далее стремление ориентации вектора намагниченности к направлению поля все же замедляется и  $z$ -компонента намагниченности обращается в нуль при одном и том же значении нормированного поля, равном единице.

На рис. 4 представлены зависимости нормированного значения компоненты намагниченности  $M_x$  от нормированного поля  $h$  при различных порядках анизотропии, построенные по формуле (24) с учетом (4).

Из рисунка видно, что увеличение порядка анизотропии ускоряет начальный рост  $x$ -компоненты вектора намагниченности от поля  $h$ , причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. Однако далее стремление ориентации вектора намагниченности к направлению поля все же замедляется и  $x$ -компонента намагниченности стремится к единице при



**Рис. 4.** Зависимости нормированного значения компоненты намагниченности  $M_x$  от нормированного поля  $h$  при различных порядках анизотропии: 1 – второй; 2 – четвертый; 3 – шестой; 4 – восьмой.

одном и том же значении нормированного поля, равном единице.

Из кривых, приведенных на рис. 3 и 4, следует, что при одном и том же значении поля  $h$  и одинаковых порядках анизотропии всегда выполняется соотношение

$$M_x^2 + M_z^2 = M_0^2, \quad (26)$$

следующее из (8) при  $M_y = 0$ .

#### 4. ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ АНИЗОТРОПИИ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим еще один частный случай, который соответствует ограничению максимальным значением  $n = 2$ . Уравнение (21) принимает вид

$$K_2 \sin \theta + 2K_4 \sin^3 \theta - h(K_2 + 2K_4) = 0. \quad (27)$$

Разделим на  $2K_4$  и запишем в порядке убывания степеней  $\sin \theta$ :

$$\sin^3 \theta + \frac{K_2}{2K_4} \sin \theta - \frac{h(K_2 + 2K_4)}{2K_4} = 0. \quad (28)$$

Отметим, что деление на  $K_4$  предполагает эту константу отличной от нуля. Тем не менее предельный переход к случаю  $K_4 \rightarrow 0$ , т.е. анизотропии второго порядка, все же возможен, так как при малых значениях  $K_4$  второе и третье слагаемые становятся настолько большими, что первым можно пренебречь. Тогда из числителей второго и третьего слагаемых как раз получается соотно-

шение (25), что и соответствует анизотропии второго порядка.

Уравнение (28) содержит  $\sin \theta$  в третьей степени, так что является кубическим. Чтобы выявить это в более явном виде, переобозначим переменную:

$$\sin \theta \rightarrow y, \quad (29)$$

а также введем вспомогательные обозначения:

$$a = \frac{K_2}{2K_4}; \quad (30)$$

$$b = -\frac{h(K_2 + 2K_4)}{2K_4}. \quad (31)$$

С этими обозначениями (28) принимает вид

$$y^3 + ay + b = 0. \quad (32)$$

Это – классический вид кубического уравнения, способ аналитического решения которого можно найти, например в [10, (2.158), (2.173), (2.223)–(2.225); 13, с. 44; 14, с. 198].

Поскольку уравнение имеет третью степень, то в общем случае оно может содержать от одного до трех действительных решений. Классическим критерием количества решений является знак дискриминанта Кардано:

$$D = \frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}. \quad (33)$$

При  $D > 0$  уравнение имеет один корень, при  $D < 0$  – три корня. Условие  $D = 0$  является переходным, когда три решения вырождаются до слияния в одну точку.

Из структуры выражений (30) и (31) можно видеть, что знак детерминанта (33) будет зависеть от соотношения величин и знаков констант  $K_2$  и  $K_4$ . Так, положительный знак этих констант соответствует анизотропии типа “легкая ось”, а отрицательный – “легкая плоскость”. Различие знаков может привести к отклонению минимума плотности энергии от положения намагниченности вдоль оси  $Oz$ , так что ориентационный переход может приобрести гистерезисный характер.

Иллюстрация гистерезисного характера ориентационного перехода представлена на рис. 5. Значения констант  $K_2$  и  $K_4$  намеренно выбраны такими, чтобы детерминант (33) мог быть отрицательным. При этом константа  $K_2$  обеспечивает анизотропию типа “легкая плоскость”, константа  $K_4$  – анизотропию типа “легкая ось”. В определенном интервале поля  $h$  уравнение (32) имеет три корня, так что два крайних решения получают устойчивыми, а среднее между ними – неустойчивым.

В силу симметрии задачи (см. рис. 1) по-прежнему полагаем, что намагниченность ориентиру-

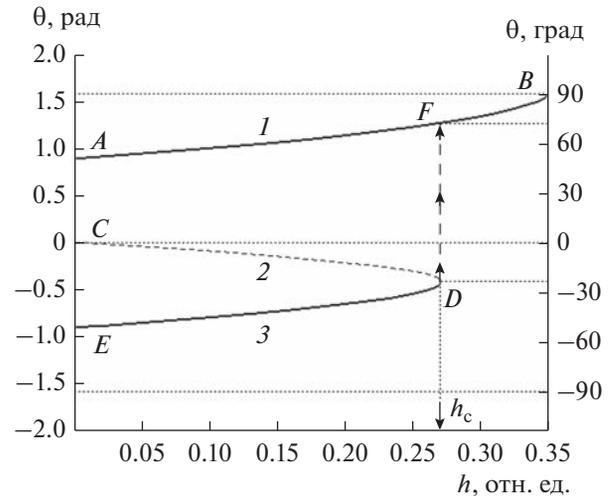


Рис. 5. Зависимости равновесного значения полярного угла намагниченности  $\theta$  от нормированного поля  $h$  при анизотропии второго и четвертого порядков; параметры:  $K_2 = -100$  отн. ед.;  $K_4 = 100$  отн. ед.

ется в плоскости  $Oxz$ . Одновременное действие двух констант в отсутствие поля ориентирует равновесное положение намагниченности в промежутке между осями  $Ox$  и  $Oz$ . При этом угол  $\theta$  может принимать два энергетически эквивалентных значения  $+51^\circ$  и  $-51^\circ$ , соответствующие точкам  $A$  и  $E$  на рис. 5. Точка  $C$  соответствует неустойчивому равновесию при  $\theta = 0^\circ$ . При включении поля корни уравнения (32) дают кривые  $AB$ ,  $CD$ ,  $ED$ , причем кривая  $CD$  является неустойчивой.

Детерминант (33) является отрицательным только до критического значения поля, определяемого из условия  $D = 0$  следующим соотношением:

$$h_c = \sqrt{-\frac{2K_2^3}{27K_4(K_2 + 2K_4)^2}}. \quad (34)$$

Выше этого значения детерминант меняет знак на положительный. Подстановка принятых значений констант дает  $h_c = 0.2722$  отн. ед. Таким образом, при  $h < h_c$  уравнение (32) имеет три корня, а при  $h \geq h_c$  – один, что и дает на рис. 5 левее  $h_c$  три кривые, а правее – только одну.

При включении поля угол  $\theta$ , стартующий из точки  $A$ , плавно увеличивается, стремясь к  $90^\circ$ , в соответствии с кривой  $AB$ . В точке  $B$  намагниченность ориентирована точно вдоль поля, так что ориентационный переход заканчивается. Можно видеть, что кривая  $AB$  подобна кривой  $I$  на рис. 2.

Не так себя ведет намагниченность, угол  $\theta$  которой стартует с отрицательного значения из точки  $E$ . Здесь он сначала возрастает до точки  $D$ , со-

ответствующей критическому значению поля  $h_c$  (34), после чего резким скачком перебрасывается на верхнюю ветвь — в точку  $F$  на кривой  $AB$  и далее следует кривой  $FB$ .

При уменьшении поля, т.е. при обратном движении по кривой  $AB$  из точки  $B$  угол  $\theta$  следует точно кривой  $AB$ , не обращая внимания на точку  $F$ .

Таким образом, прямое движение из точки  $A$  происходит по кривой  $AB$ , а из точки  $E$  по имеющей излом кривой  $EDFB$ . Обратное движение из точки  $B$  всегда происходит только по кривой  $AB$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено влияние одноосной анизотропии высоких порядков на характер ориентационного перехода намагниченности. В геометрии нормального намагничивания среды относительно оси анизотропии получена плотность энергии и равновесное положение намагниченности в зависимости от величины приложенного поля. Рассмотрение проведено для анизотропии, начиная со второго и всех последующих четных порядков произвольного их номера, однако отмечено, что согласно экспериментальным данным влияние анизотропии на ориентацию намагниченности при увеличении порядка анизотропии постепенно убывает. В качестве примера рассмотрена ориентация намагниченности при анизотропии от второго до восьмого четных порядков включительно. Показано, что увеличение порядка анизотропии относительно зависимости ориентации намагниченности от поля приводит к ускорению начального спада компоненты намагниченности вдоль оси анизотропии, а также начального роста компоненты намагниченности вдоль той же оси, причем такое ускорение проявляется тем сильнее, чем порядок анизотропии выше. В качестве другого примера рассмотрено одновременное присутствие анизотропии второго и четвертого порядков. Показано, что сосуществование анизотропии обоих порядков приводит к алгебраическому уравнению третьей степени, для анализа которого предложено использовать знак дискриминанта Кардано. Отмечено, что в случае отрицательного значения дискриминанта зависимость ориентации намагниченности от поля имеет гистерезисный характер. Показано, что в отсутствие поля возможны две ориентации намагниченности, симметричные относительно оси анизотропии. При увеличении поля намагниченность из одной ориентации плавно стремится к направлению поля, а

из второй при критическом значении поля претерпевает скачок к направлению первой. При уменьшении поля реализуется только одна ориентация намагниченности, стремящаяся к первому начальному значению.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-55-53019 ГФЕН\_а), Российского научного фонда (проекты № 21-72-20048 и № 21-47-00019) и Правительства Республики Коми и РФФИ (грант 20-42-110004, р\_а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Физматлит., 1960.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973.
3. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
4. Шауров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит, 2016.
5. Шауров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит, 2017.
6. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982.
7. Walowski J., Münzenberg M. // J. Appl. Phys. 2016. V. 120. № 14. P. 140901(16).
8. Чернов А.И., Кожяев М.А., Ветошко П.М. и др. // ФТТ. 2016. Т. 58. № 6. С. 1093.
9. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979.
10. Шауров В.Г., Щеглов В.И. Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода. М.: Физматлит, 2018.
11. Шауров В.Г., Щеглов В.И. Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит, 2019.
12. Вонсовский С.В., Шур Я.С. Ферромагнетизм. М.: Гостехиздат, 1948.
13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973.
14. Сушкевич А.К. Основы высшей алгебры. М., Л.: Гостехтеориздат, 1941.