

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6:621.396.677

ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНОГО ПРОЕКЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ АНАЛИЗА ПОГЛОЩАЮЩИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР СО СФЕРИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ТИПА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

© 2023 г. Я. И. Чижевская^{a, b}, О. Н. Смольникова^{b, c}, Б. А. Левитан^{a, b, c},
И. В. Зимин^{a, b}, С. П. Скобелев^{a, b, *}

^aМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

^bПубличное акционерное общество “Радиофизика”,
ул. Героев Панфиловцев, 10, Москва, 125363 Российская Федерация

^cМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шос., 4, Москва, 125993 Российская Федерация

*E-mail: s.p.skobelev@mail.ru

Поступила в редакцию 26.04.2022 г.

После доработки 26.04.2022 г.

Принята к публикации 27.05.2022 г.

Рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны на двумерно-периодической структуре, образованной из поглощающих сферических радиально неоднородных диэлектрических элементов типа электромагнитных черных дыр, расположенных на полубесконечной подложке. Разработан численный алгоритм решения, основанный на гибридном проекционном методе с учетом особенностей конструкции черных дыр. Алгоритм также обобщен на случай расположения черных дыр на идеально проводящем экране. Выведены новые выражения для расчета мощности, поглощенной элементами структуры, и представлены численные результаты, характеризующие эффективность поглощения структуры.

DOI: 10.31857/S0033849423010047, EDN: CCRCIB

ВВЕДЕНИЕ

Исследования и разработки поглощающих структур для работы в сверхвысокочастотном (СВЧ) и оптическом диапазонах представляют большой интерес уже долгое время, так как они находят ряд важных практических приложений. Указанные структуры применяются в безэховых камерах, предназначенных для измерения характеристик антенн и СВЧ-устройств, в качестве средств обеспечения электромагнитной совместимости различных устройств, в качестве средств снижения эффективной площади рассеяния наземных и воздушных объектов и в устройствах для приема и преобразования солнечного света.

Современные требования для поглощающих структур включают близкую к 100% эффективность поглощения в широкой полосе частот и в широком секторе углов падения. Одним из перспективных типов элемента для таких структур, удовлетворяющих указанным требованиям, является так называемая электромагнитная черная дыра. Такой элемент был впервые предложен в [1]

в форме цилиндра с поглощающей однородной центральной частью и неоднородной оболочкой без потерь. Указанный поглотитель характеризуется тем фактом, что благодаря специальному радиальному профилю проницаемости оболочки геометрические лучи, входящие в него, оказываются в ловушке и поглощаются в его центральной части. Другие модификации цилиндрических черных дыр предложены и исследованы в [2–9]. Аналогичные исследования одиночных сферических электромагнитных черных дыр были проведены в [10–12].

Результаты исследований, приведенные в указанных выше публикациях, показывают, что одиночные электромагнитные черные дыры как цилиндрической, так и сферической формы могут обеспечивать высокую эффективность поглощения в широкой области частот. Этот факт вызвал определенный интерес в исследовании эффективности использования черных дыр в качестве элементов поглощающих периодических структур. Одномерно-периодические структуры из цилиндрических черных дыр были исследованы в

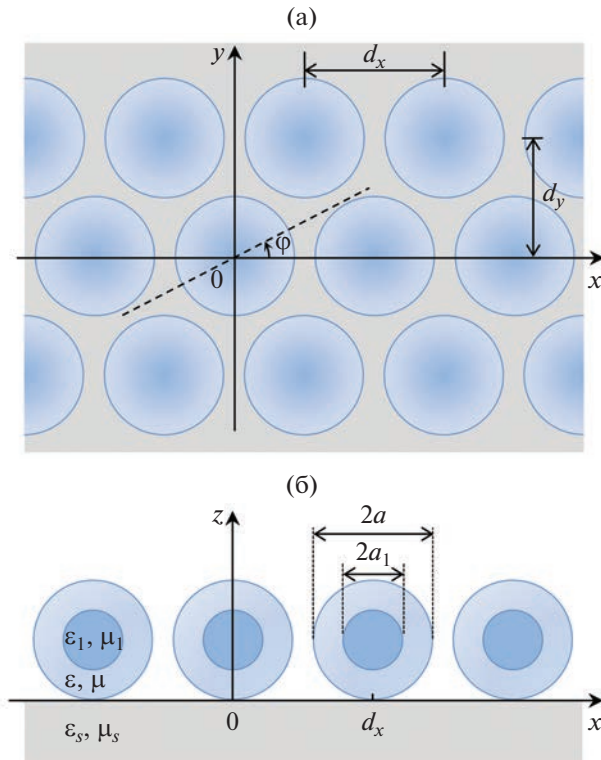


Рис. 1. Вид сверху (а) и продольный разрез (б) двумерно-периодической структуры со сферическими элементами на подложке.

[13–15]. Исследования показали высокую эффективность указанных структур, сравнимую с эффективностью структур с клиновидными элементами, но достижимую при значительно меньшей толщине поглощающего слоя.

Первые результаты, полученные для двумерно-периодических структур со сферическими черными дырами, были недавно доложены в [16]. Цель данной работы – дальнейшие исследования указанных структур на основе соответствующих модификаций гибридного проекционного метода, предложенного в [17] для анализа структур только с *продольно* неоднородными элементами. В работе описаны алгоритмы, соответствующие расположению *радиально* неоднородных черных дыр на полубесконечной диэлектрической подложке и на идеально проводящем экране, приведен вывод новых соотношений для расчета мощности, поглощенной черными дырами, которые будут использоваться для расчетов эффективности поглощения структуры. Полученные результаты, характеризующие эффективность применения сферических черных дыр в поглощающих структурах, сравниваются с аналогичными результатами для структур с традиционными пирамидальными поглощающими элементами.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Геометрия исследуемой двумерно-периодической структуры в декартовой системе координат приведена на рис. 1. Структура образована двухслойными сферическими элементами внешнего радиуса a , расположенными на подложке в узлах прямоугольной или треугольной сетки с межэлементным расстоянием d_x в строках, а соседние строки расположены на расстоянии d_y друг от друга. Внешний слой каждого элемента является неоднородным с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon(x, y, z)$, зависящей от радиальной координаты $r = [x^2 + y^2 + (z - a)^2]^{1/2}$. Центральная область элемента представляет собой однородную диэлектрическую сферу радиусом a_1 и с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Подложка представляет собой однородное полупространство с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_s . Относительная магнитная проницаемость элементов структуры μ и μ_1 , а также подложки μ_s равны единице. Относительная диэлектрическая проницаемость и относительная магнитная проницаемость над подложкой вне сфер также считаются равными единице.

Предполагается, что структура возбуждается плоской поперечно электрической (TE) волной с амплитудой A_1 или поперечно магнитной (TM) волной с амплитудой A_2 , падающей под углом θ к оси z в вертикальной плоскости, расположенной под углом ϕ к плоскости xOz (см. рис. 1а). Цель задачи – определить поле, отраженное от структуры, и поле как в области, содержащей сферические элементы, так и в подложке. Наибольший практический интерес представляет коэффициент отражения волны от структуры, характеризующий согласование последней со свободным пространством, и мощность, поглощенную в элементах структуры и в подложке.

Согласно [17], поперечные составляющие электрического и магнитного полей над элементами структуры при $z \geq h$, $h = 2a$ (см. рис. 1б) представляются в виде разложений по полной системе гармоник Флоке:

$$\vec{E}_t = \eta_0 (A_1 k \bar{\psi}_{100} - A_2 \Gamma_{00} \bar{\psi}_{200}) \exp[-i\Gamma_{00}(z - h)] + \sum_{p,q} (R_{1pq} k \bar{\psi}_{1pq} + R_{2pq} \Gamma_{pq} \bar{\psi}_{2pq}) \exp[i\Gamma_{pq}(z - h)], \quad (1)$$

$$\vec{H} \times \vec{e}_z = (-A_1 \Gamma_{00} \bar{\psi}_{100} + A_2 k \bar{\psi}_{200}) \exp[-i\Gamma_{00}(z - h)] + \sum_{p,q} (R_{1pq} \Gamma_{pq} \bar{\psi}_{1pq} + R_{2pq} k \bar{\psi}_{2pq}) \exp[i\Gamma_{pq}(z - h)], \quad (2)$$

соответствующих зависимости от времени $\exp(-i\omega t)$, где $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ – волновое сопротивление для свободного пространства, R_{jpq} – неизвестные ам-

плитуды отраженных TE -($j = 1$) и TM -волн ($j = 2$),

$$\Gamma_{pq} = (k^2 - w_{pq}^2)^{1/2} \quad (3)$$

– продольные постоянные распространения, $w_{pq} = (\alpha_p^2 + \beta_{pq}^2)^{1/2}$,

$$\alpha_p = ku + 2\pi p/d_x, \quad \beta_{pq} = kv + 2\pi(q - p\delta)/d_y, \quad (4)$$

– поперечные постоянные распространения, $u = \sin \theta \cos \varphi$ и $v = \sin \theta \sin \varphi$ – направляющие косинусы для падающей волны, $\delta = 0$ для прямоугольной сетки и $\delta = 1/2$ для треугольной сетки, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны в свободном пространстве, $\bar{\psi}_{1pq}(x, y)$ и $\bar{\psi}_{2pq}(x, y)$ – ортонормированные поперечные векторные функции, определяемые через поперечные постоянные распространения (4) и ортонормированные скалярные функции

$$\Psi_{pq}(x, y) = \frac{\exp(i\alpha_p x + i\beta_{pq} y)}{\sqrt{d_x d_y}}, \quad (5)$$

как указано в [17].

Для упрощения записи последующих формул мы вводим сквозную порядковую нумерацию гармоник Флоке для каждого типа. И далее двойной индекс pq , используемый в (1)–(5), заменим одиночным.

Поля в подложке ($z \leq 0$) также представляем в виде разложения по гармоникам Флоке

$$\vec{E}_t = \eta_0 \sum_q (T_{1q} k \bar{\psi}_{1q} - T_{2q} \Gamma_{sq} \bar{\psi}_{2q}) \exp(-i\Gamma_{sq} z), \quad (6)$$

$$\vec{H} \times \vec{e}_z = \sum_q (-T_{1q} \Gamma_{sq} \bar{\psi}_{1q} + T_{2q} k \epsilon_s \bar{\psi}_{2q}) \exp(-i\Gamma_{sq} z) \quad (7)$$

с неизвестными амплитудами T_{jq} и постоянными распространения $\Gamma_{1q} = (k^2 \epsilon_s - w_q^2)^{1/2}$, учитывающими специфику подложки.

Поперечные составляющие полей в области $0 \leq z \leq h$, содержащей сферические элементы, ищем в виде разложений по поперечным функциям

$$\vec{E}_t = \eta_0 k \sum_q [E_{1q}(z) \bar{\psi}_{1q} + E_{2q}(z) \bar{\psi}_{2q}], \quad (8)$$

$$\vec{H}_t = k \sum_q [H_{1q}(z) \bar{\psi}_{1q} + H_{2q}(z) \bar{\psi}_{2q}], \quad (9)$$

с неизвестными коэффициентами, зависящими от z .

Выражения для продольных составляющих полей, определяемые через (6) и (7) из уравнений Максвелла

$$\nabla \times \vec{H} + \frac{ik\hat{\epsilon}}{\eta_0} \vec{E} = 0, \quad (10)$$

$$\nabla \times \vec{E} - ik\eta_0 \vec{H} = 0, \quad (11)$$

где $\hat{\epsilon} = \epsilon(x, y, z)$ в оболочках элементов, $\hat{\epsilon} = \epsilon_1$ в центральных частях последних и $\hat{\epsilon} = 1$ вне элементов, приведены в [17].

Сшивание электрических полей (1) и (8), а также магнитных полей (2) и (9) (последнее должно быть векторно умножено на $\vec{e}_z$) при $z = h$ дает соотношения

$$R_{1q} = E_{1q}(h) - A_1 \delta_{1q}, \quad (12)$$

$$R_{2q} = -H_{1q}(h) - A_2 \delta_{1q}, \quad (13)$$

$$E_{2q}(h) = -H_{1q}(h) \Gamma_q / k - 2A_2 \delta_{1q} \Gamma_q / k, \quad (14)$$

$$H_{2q}(h) = E_{1q}(h) \Gamma_q / k - 2A_1 \delta_{1q} \Gamma_q / k, \quad (15)$$

где δ_{1q} – символ Кронекера. Аналогичное сшивание электрических полей (6) и (8), а также магнитных полей (7) и (9) при $z = 0$ дает еще четыре соотношения

$$T_{1q} = E_{1q}(0), \quad (16)$$

$$T_{2q} = -H_{1q}(0) / \epsilon_s, \quad (17)$$

$$E_{2q}(0) = H_{1q}(0) \Gamma_{sq} / (k \epsilon_s), \quad (18)$$

$$H_{2q}(0) = -E_{1q}(0) \Gamma_{sq} / k, \quad (19)$$

которые будут использоваться при выводе последующих выражений.

Проектирование уравнений Максвелла (10) и (11) для полей в области, содержащей сферические элементы, на поперечные функции $\bar{\psi}_{1p}^*(x, y)$ и $\bar{\psi}_{2p}^*(x, y)$, как это описано в [17] и более подробно в [18], сводит указанные уравнения к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменных коэффициентов, стоящих в разложениях (8) и (9):

$$\Gamma_p^2 H_{1p} + w_p \sum_q w_q W_{pq} H_{1q} - ik \frac{dE_{2p}}{dz} = 0, \quad (20)$$

$$ik \frac{dH_{2p}}{dz} + \Gamma_p^2 E_{1p} + k^2 \sum_q (Z_{pq} E_{1q} - Y_{pq} E_{2q}) = 0, \quad (21)$$

$$-ik \frac{dH_{1p}}{dz} + k^2 \sum_q (Y_{pq} E_{1q} + Z_{pq} E_{2q}) + k^2 E_{2p} = 0, \quad (22)$$

$$H_{2p} = \frac{1}{ik} \frac{dE_{1p}}{dz}, \quad (23)$$

где

$$Z_{pq}(z) = \frac{\alpha_p \alpha_q + \beta_p \beta_q}{w_p w_q} X_{pq}(z), \quad (24)$$

$$Y_{pq}(z) = \frac{\alpha_p \beta_q - \alpha_q \beta_p}{w_p w_q} X_{pq}(z), \quad (25)$$

$$X_{pq}(z) = \int_{S(z)} (\hat{\varepsilon} - 1) \psi_p^* \psi_q ds, \quad (26)$$

$$W_{pq}(z) = \int_{S(z)} (1 - 1/\hat{\varepsilon}) \psi_p^* \psi_q ds, \quad (27)$$

и $S(z)$ — площадь горизонтального сечения сферы. Учитывая осевую симметрию элемента структуры и проводя интегрирование по φ' в (26) и (27) в цилиндрической системе координат ρ' и φ' , получим

$$X_{pq}(z) = \frac{2\pi}{d_x d_y} \int_0^{\rho(z)} [\varepsilon(r') - 1] J_0(\Delta_{pq} \rho') \rho' d\rho', \quad (28)$$

$$W_{pq}(z) = \frac{2\pi}{d_x d_y} \int_0^{\rho(z)} [1 - 1/\varepsilon(r')] J_0(\Delta_{pq} \rho') \rho' d\rho', \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \rho(z) &= [a^2 - (z - a)^2]^{1/2}, \\ r' &= [\rho'^2 + (z - a)^2]^{1/2}, \\ \Delta_{pq} &= [(\alpha_p - \alpha_q)^2 + (\beta_p - \beta_q)^2]^{1/2} \end{aligned}$$

и $J_0(\dots)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Решение дифференциальных уравнений (20)–(23) ищем в виде разложений по треугольным функциям $f_n(z)$ [17], [18]

$$H_{1q}(z) = \sum_{n=1}^N H_{1nq} f_n(z), \quad (30)$$

$$E_{jq}(z) = \sum_{n=1}^N E_{j n q} f_n(z), \quad j = 1, 2, \quad (31)$$

с вершинами в N узлах, расположенных равномерно на интервале $0 \leq z \leq h$, включая его концы. Подстановка (30) и (31) в дифференциальные уравнения (20)–(23) и проектирование последних на треугольные функции $f_m(z)$ в рамках метода конечных элементов, в процессе которого учитываются явное выражение (23), а также соотношения (14), (15), (18) и (19), сводит задачу к системе алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{i\Gamma_{sp}}{k\varepsilon_s} H_{11p} \delta_{1m} + \sum_{n=1}^N \sum_q \hat{W}_{pq}^{mn} H_{1nq} + \frac{i\Gamma_p}{k} H_{1Np} \delta_{Nm} + \\ + i \sum_{n=1}^N \bar{K}^{mn} E_{2np} = -\frac{2i\Gamma_p}{k} A_2 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{i\Gamma_{sp}}{k} E_{11p} \delta_{1m} + \sum_{n=1}^N \sum_q (\bar{Z}_{pq}^{mn} E_{1nq} - Y_{pq}^{mn} E_{2nq}) + \\ + \frac{i\Gamma_p}{k} E_{1Np} \delta_{Nm} = \frac{2i\Gamma_{1p}}{k} A_1 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\sum_{n=1}^N [-iK^{mn} H_{1np} + \sum_q (Y_{pq}^{mn} E_{1nq} + \hat{Z}_{pq}^{mn} E_{2nq})] = 0, \quad (34)$$

с матричными элементами

$$\hat{W}_{pq}^{mn} = \frac{\Gamma_p^2}{k^2} I^{mn} \delta_{pq} + \frac{w_p w_q}{k^2} W_{pq}^{mn}, \quad (35)$$

$$\bar{Z}_{pq}^{mn} = \left(\frac{\Gamma_p^2}{k^2} I^{mn} - \bar{I}^{mn} \right) \delta_{pq} + Z_{pq}^{mn}, \quad (36)$$

$$\hat{Z}_{pq}^{mn} = I^{mn} \delta_{pq} + Z_{pq}^{mn}, \quad (37)$$

$$K^{mn} = \int_0^h f_m \frac{df_n}{dz} dz, \quad \bar{K}^{mn} = \int_0^h \frac{df_m}{dz} f_n dz, \quad (38)$$

в которых

$$I^{mn} = k \int_0^h f_m f_n dz, \quad \bar{I}^{mn} = \frac{1}{k} \int_0^h \frac{df_m}{dz} \frac{df_n}{dz} dz, \quad (39)$$

$$W_{pq}^{mn} = k \int_0^h W_{pq} f_m f_n dz. \quad (40)$$

Коэффициенты Y_{pq}^{mn} и Z_{pq}^{mn} вычисляются по формулам, аналогичным формуле (40), где коэффициент W_{pq} следует заменить на (24) и (25) соответственно. Явные выражения для коэффициентов (38)–(40) имеются в [18].

Уравнения (32)–(34) образуют полную бесконечную алгебраическую систему, которую решаем методом усечения до размера $3PN$, где P — число учитываемых пространственных гармоник для каждого из наборов H_{1nq} , E_{1nq} , и E_{2nq} , $n = 1, \dots, N$. Так как каждая треугольная функция частично перекрывается только с ближайшими соседними функциями, то интегралы (35)–(40) равны нулю для $|m - n| > 1$, и поэтому матрица системы является блочно-ленточной. Пример указанной структуры имеется в [17]. Численное решение алгебраической системы позволяет затем рассчитать коэффициенты отражения волн в свободное пространство (12), (13) и коэффициенты прохождения волн в подложку, а также мощность, поглощенную элементами структуры.

2. СООТНОШЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Соотношение энергетического баланса (или баланса мощностей) используется как один из способов проверки корректности работы различных численных алгоритмов. Такое соотношение было приведено в [17] для случая отсутствия потерь в элементах структуры и подложке. Ниже представлено аналогичное соотношение, выведенное с учетом потерь в элементах и подложке,

определяемых мнимой частью диэлектрической проницаемости в них.

Соотношение энергетического баланса

$$P^r + P^i + P^a = P^i \quad (41)$$

включает отраженную мощность P^r , мощность P^i , прошедшую в подложку, и мощность P^a , поглощенную элементами структуры, сумма которых равна мощности P^i , падающей на структуру.

Падающая, отраженная и прошедшая мощности определяются общей формулой

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_a} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{n} dx dy, \quad (42)$$

где $\vec{n} = -\vec{e}_z$ для падающей и прошедшей мощностей, $\vec{n} = \vec{e}_z$ для отраженной мощности и S_a — площадь ячейки периодической структуры, равная $d_x \times d_y$.

Подставляя первые слагаемые из (1) и (2) при $z = h$ в (42), получим

$$P^i = \frac{\eta_0}{2} (|A_1|^2 + |A_2|^2) k^2 \cos \theta, \quad (43)$$

где учтено, что $\Gamma_{00} = \Gamma_1 = k \cos \theta$. Аналогичная подстановка вторых слагаемых из (1) и (2) в (42) дает

$$P^r = \frac{\eta_0 k}{2} \sum_q (|R_{1q}|^2 + |R_{2q}|^2) \operatorname{Re}\{\Gamma_q\}. \quad (44)$$

Выражение для мощности, прошедшей в подложку —

$$P^t = \frac{\eta_0 k}{2} \sum_q (|T_{1q}|^2 \operatorname{Re}\{\Gamma_{sq}^*\} + |T_{2q}|^2 \operatorname{Re}\{\epsilon_s^* \Gamma_{sq}\}), \quad (45)$$

выводится в результате подстановки (6) и (7) в (42).

Мощность, поглощенная в элементах структуры, определяется формулой

$$P^a = \frac{1}{2} \int_0^h dz \int_{S(z)} \sigma |\vec{E}|^2 dx dy, \quad (46)$$

где $\sigma = \omega \epsilon_0 \epsilon'' = k \epsilon'' / \eta_0$ — проводимость элемента структуры, определяемая мнимой частью ϵ'' его диэлектрической проницаемости. Полное электрическое поле равно сумме его поперечной составляющей (8) и продольной составляющей [17, 18]

$$E_z = \frac{\eta_0}{\epsilon} \sum_q w_q H_{1q}(z) \Psi_q, \quad (47)$$

полученной в результате подстановки (9) в уравнение Максвелла (10). В результате этого формулу (46) можно переписать в виде

$$P^a = P_t^a + P_z^a, \quad (48)$$

где

$$P_t^a = \frac{k}{2\eta_0} \int_0^h dz \int_{S(z)} \epsilon'' |\vec{E}_t|^2 dx dy, \quad (49)$$

$$P_z^a = \frac{k}{2\eta_0} \int_0^h dz \int_{S(z)} \epsilon'' |\vec{E}_z|^2 dx dy. \quad (50)$$

Подставляя (8) в (49) и учитывая, что $\epsilon''(r') = \operatorname{Im}\{\epsilon(r') - 1\}$, а также, что $\epsilon(r') - 1$ умножается на действительную функцию в (28) и на действительное произведение треугольных функций в выражениях для Y_{pq}^{mn} и Z_{pq}^{mn} , аналогичных выражению (40), получим

$$P_t^a = \frac{\eta_0 k^2}{2} \sum_{m,n=1}^N \sum_{p,q} [(E_{1mp}^* E_{1nq} + E_{2mp}^* E_{2nq}) \times \operatorname{Im}\{Z_{pq}^{mn}\} + (E_{2mp}^* E_{1nq} - E_{1mp}^* E_{2nq}) \operatorname{Im}\{Y_{pq}^{mn}\}]. \quad (51)$$

Аналогично, подставляя (47) в (50) и учитывая, что

$$\frac{\epsilon''}{|\hat{\epsilon}|^2} = -\operatorname{Im}\left\{\frac{\hat{\epsilon}^*}{|\hat{\epsilon}|^2}\right\} = -\operatorname{Im}\left\{\frac{1}{\hat{\epsilon}}\right\} = \operatorname{Im}\left\{1 - \frac{1}{\hat{\epsilon}}\right\}, \quad (52)$$

а также что $1 - 1/\epsilon(r')$ умножается на действительную функцию в (29) и на действительное произведение треугольных функций в (40), получим

$$P_z^a = \frac{\eta_0}{2} \sum_{m,n=1}^N \sum_{p,q} w_p w_q H_{1mp}^* H_{1nq} \operatorname{Im}\{W_{pq}^{mn}\}. \quad (53)$$

Таким образом, видим, что мощность, поглощаемая в элементах структуры, определяется через мнимые части матричных элементов системы уравнений (32)–(34).

3. МОДИФИКАЦИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ СТРУКТУРЫ НА ЭКРАНЕ

Если элементы структуры расположены не на диэлектрической подложке, а на идеально проводящем экране в плоскости $z = 0$, то алгоритм, описанный выше, может быть модифицирован следующим образом. Наличие экрана исключает поля (6) и (7) из рассмотрения. Граничные условия (16)–(19) заменяются условиями $E_{1q}(0) = E_{2q}(0) = 0$, что исключает первые члены из разложений (31). В этом случае система уравнений (32)–(34) модифицируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{i\Gamma_{sp}}{k\epsilon_s} H_{11p} \delta_{1m} + \sum_{n=1}^N \sum_q \hat{W}_{pq}^{mn} H_{1nq} + \frac{i\Gamma_p}{k} H_{1Np} \delta_{Nm} + \\ + i \sum_{n=2}^N \bar{K}^{mn} E_{2np} = -\frac{2i\Gamma_p}{k} A_2 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (54)$$

$$\sum_{n=2}^N \sum_q (\bar{Z}_{pq}^{mn} E_{1nq} - Y_{pq}^{mn} E_{2nq}) + \frac{i\Gamma_p}{k} E_{1Np} \delta_{Nm} = \frac{2i\Gamma_{1p}}{k} A_1 \delta_{0p} \delta_{Nm}, \quad (55)$$

$$-i \sum_{n=1}^N K^{mn} H_{1np} + \sum_{n=2}^N \sum_q (Y_{pq}^{mn} E_{1nq} + \hat{Z}_{pq}^{mn} E_{2nq}) = 0, \quad (56)$$

т.е. суммирование по n , содержащее коэффициенты разложения электрических полей E_{1nq} и E_{2nq} по треугольным функциям, начинается с $n = 2$.

Наконец, мощность P' , прошедшая в подложку в соотношении (41), исключается из указанного соотношения.

4. РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Базовый алгоритм и его модификация, описанные выше, были реализованы в компьютерных программах на языке МАТЛАБ с учетом профиля диэлектрической проницаемости во внешнем слое сферической электромагнитной черной дыры

$$\varepsilon(r) = (1 + i\beta) \frac{a^2}{r^2} - i\beta, \quad (57)$$

предложенного в [7] и затем использованного в [9] и [15], где r – расстояние от центра сферического элемента (см. разд. 1), β – параметр, определяющий скорость возрастания мнимой части проницаемости слоя от нуля на внешней границе в направлении к центральной области. Постоянная диэлектрическая проницаемость последней определяется как $\varepsilon_1 = \varepsilon(a_1)$. Таким образом, профиль диэлектрической проницаемости элемента соответствует полному согласованию между внешней поверхностью элемента и свободным пространством при $r = a$, а также между внешним слоем и внутренней областью элемента при $r = a_1$.

Функция (28) вычисляется с использованием кусочно-постоянной аппроксимации диэлектрической проницаемости в области интегрирования, что приводит к формуле

$$X_{pq}(z) = \frac{2\pi}{d_x d_y} \left\{ \frac{\rho_0 J_1(\Delta_{pq} \rho_0)}{\Delta_{pq}} (\varepsilon_1 - 1) + \sum_{l=1}^{L(z)} \left[\frac{\rho_l J_1(\Delta_{pq} \rho_l)}{\Delta_{pq}} - \frac{\rho_{l-1} J_1(\Delta_{pq} \rho_{l-1})}{\Delta_{pq}} \right] (\bar{\varepsilon}_l - 1) \right\}, \quad (58)$$

где $\rho_0 = [a_1^2 - (a - z)^2]^{1/2}$ при $|a - z| < a_1$ и $\rho_0 = 0$ при $|a - z| \geq a_1$, $\rho_l = \rho_0 + |\rho(z) - \rho_0|l/L(z)$; $L(z)$ – число отрезков разбиения области интегрирования, обеспечивающее заданную точность интегрирования, и $\bar{\varepsilon}_l$ – значение диэлектрической проницаемо-

сти в середине l -го отрезка интегрирования. Функция (29) вычисляется аналогичным способом.

Эффективность гибридного проекционного метода при анализе двумерно-периодических структур исследовалась в [17], путем проверки сходимости результатов и их сравнения с данными, имеющимися в литературе для некоторых частных случаев. Здесь также была исследована сходимость результатов для случая сферических элементов и проверена точность выполнения соотношения энергетического баланса (41) и его модификации для случая структуры, расположенной на экране. Во всех расчетах погрешность выполнения указанных соотношений, нормированных на $\eta_0 k^2/2$ при единичных амплитудах A_1 и A_2 падающих волн, не превышала 10^{-12} .

Параметры a_1/a и β подбирали в процессе численных исследований так, чтобы обеспечить наиболее высокую эффективность поглощения структуры, определяемую отношением мощности, поглощенной элементами структуры, к мощности, падающей на структуру. Расчеты показали, что наилучшие результаты достигаются при значениях a_1/a , лежащих в интервале от 0.3 до 0.5, а оптимальные значения для β в разных случаях превышают 2. Кроме того, наилучшие результаты достигаются при плотном расположении черных дыр в сетке, т.е. при $a = d_x/2$.

Нормированные поглощенная, отраженная и прошедшая мощности, соответствующие черным дырам с параметрами $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$ и $\beta = 2.5$, расположенным в гексагональной сетке в свободном пространстве (при $\varepsilon_s = \mu_s = 1$) и возбуждаемым при нормальном падении ($\theta = 0$), показаны на рис. 2 в зависимости от периода d_x . Как мы видим, эффективность поглощения P^a/P^i не достигает единицы (или 100%) при увеличении d_x . Этот эффект объясняется наличием зазоров между сферическими элементами, через которые просачивается падающая волна, не проходя через поглощающую среду.

Аналогичные результаты для таких же черных дыр, но расположенных в квадратной сетке, приведены на рис. 3. Здесь эффективность поглощения еще ниже, а прошедшая мощность соответственно возрастает, так как площадь зазоров между сферическими элементами оказывается больше, чем в случае гексагональной сетки.

Результаты, полученные для эффективности поглощения рассматриваемых структур при наклонном падении TE - и TM -волн под углом $\theta = 30^\circ$, приведены на рис. 4 для гексагональной сетки и плоскости падения $\varphi = 90^\circ$, а также на рис. 5 для квадратной сетки и плоскости падения $\varphi = 45^\circ$. Отметим, что в отличие от случая нормального падения характеристики структуры при наклонном падении TE - и TM -волн отличаются друг от друга.

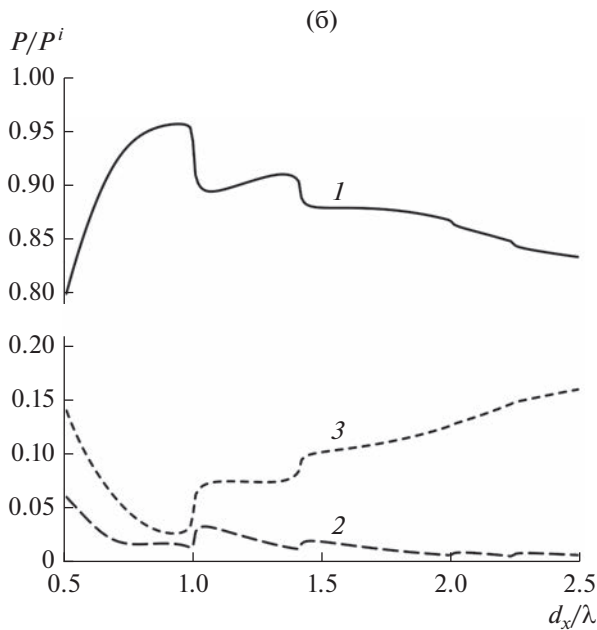
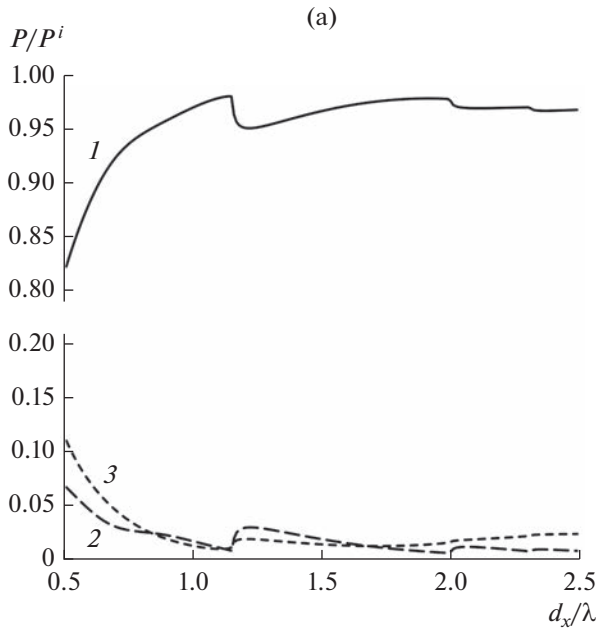


Рис. 2. Эффективность поглощения (1), а также нормированные отраженная (2) и прошедшая (3) мощности для структуры черных дыр с гексагональной (а) и с квадратной (б) сеткой в зависимости от периода d_x при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$, $\beta = 2.5 \epsilon_s = 1$ и $\theta = 0$.

Как мы видим, эффективность поглощения в этих случаях выше, чем при нормальном падении. Этот эффект объясняется тем, что проекции поперечных сечений сферических элементов на плоскости перпендикулярные направлению падения становятся перекрывающимися, что уменьшает просветы в поглощающей среде, через которые просачиваются падающие волны.

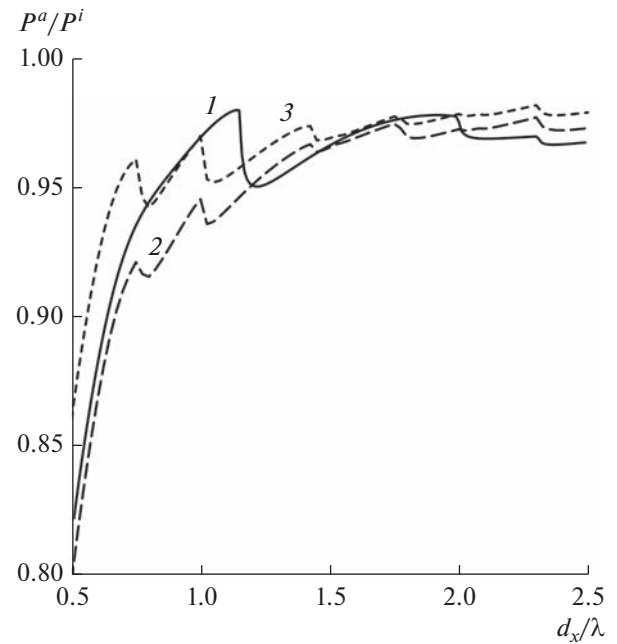


Рис. 3. Эффективность поглощения для структуры черных дыр с гексагональной сеткой, облучаемой TE - и TM -волнами под углом $\theta = 0$ (1) и TE - (2) и TM -волнами (3) под углом $\theta = 30^\circ$ в плоскости $\phi = 90^\circ$, в зависимости от периода d_x при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$, $\beta = 2.5$ и $\epsilon_s = 1$.

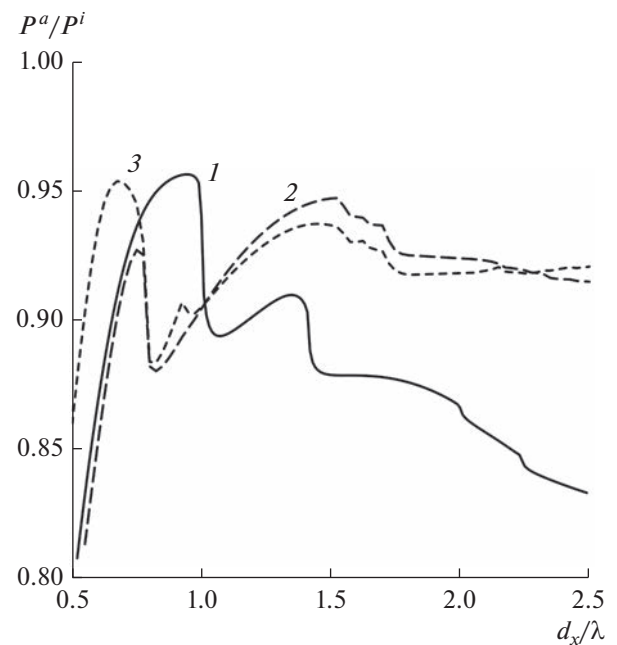


Рис. 4. Эффективность поглощения для структуры черных дыр с квадратной сеткой, облучаемой TE - и TM -волнами под углом $\theta = 0$ (1) и TE - (2) и TM -волнами (3) под углом $\theta = 30^\circ$ в плоскости $\phi = 45^\circ$, в зависимости от периода d_x при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$, $\beta = 2.5$ и $\epsilon_s = 1$.

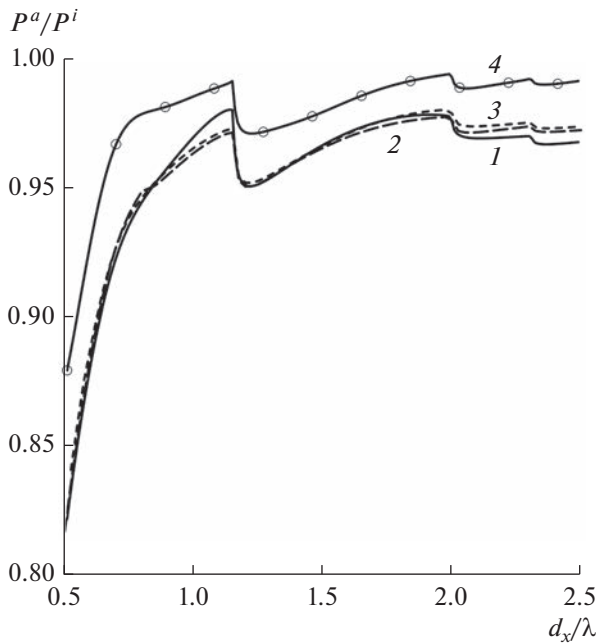


Рис. 5. Влияние диэлектрической проницаемости подложки и экрана на эффективность поглощения структуры с гексагональной сеткой при $a = d_x/2$, $a_1/a = 0.5$ и $\beta = 2.5$; $\epsilon_s = 1$ (1), 2 (2), 4 (3), структура на экране (кривая 4).

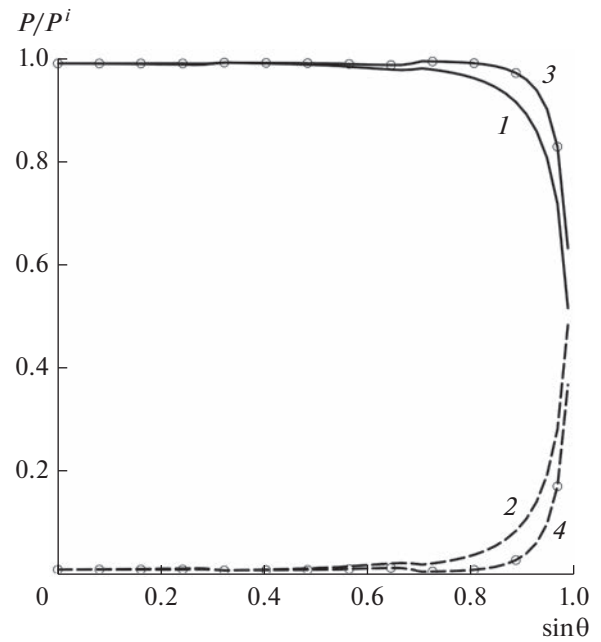


Рис. 6. Эффективность поглощения P^a (TE (1) и TM (2)) и нормированная отраженная мощность P^r (TE (3) и TM (4)) для гексагональной структуры черных дыр в зависимости от угла падения θ в плоскости $\phi = 0^\circ$ при $a_1/a = 0.5$ и $\beta = 2.5$.

Результаты, приведенные на рис. 6, показывают влияние диэлектрической проницаемости подложки ϵ_s и идеально проводящего экрана на эффективность поглощения структуры с гексагональной сеткой. Волна, ослабленная в результате прохождения через поглощающие элементы структуры, доходит до границы подложки, от которой она частично отражается. Указанная отраженная волна вновь проходит через поглощающие элементы, что вносит дополнительный вклад в поглощаемую мощность. Ясно, что чем больше мощности отражается от границы подложки, тем больше оказывается добавка в поглощенную мощность, что видно из сравнения эффективности поглощения для подложки с $\epsilon_s = 2$ и с $\epsilon_s = 4$. Так как коэффициент отражения во втором случае выше, чем в первом, мы видим более высокую эффективность поглощения для указанного второго случая. В случае структуры, расположенной на идеально проводящем экране, от которого наблюдается полное отражение волны, дошедшей до него, добавка к поглощенной мощности будет максимальной, что и демонстрируется более высокими кривыми эффективности поглощения. Аналогичные эффекты имеют место и в случае структуры, расположенной в квадратной сетке. Однако согласно рис. 3 и 5 эффективность поглощения в этом случае ниже, чем для случая гексагональной сетки, т.е. он представляется менее интересным, и поэтому соответствующие результаты не приводятся.

Поведение эффективности поглощения и нормированной отраженной мощности в зависимости от угла падения TE - и TM -волн в плоскости $\phi = 0^\circ$ показано на рис. 7 для случая гексагональной сетки с периодом $d_x = 1.6\lambda$. Как видим, высокая эффективность поглощения обеспечивается в широком секторе углов падения для обоих случаев поляризации. Согласно другим результатам, не приведенным здесь, аналогичное поведение можно наблюдать в плоскости падения $\phi = 90^\circ$ и в промежуточных плоскостях.

Наконец, рассматривая возможность применять структуры с черными дырами, расположенными в гексагональной сетке, в качестве покрытий стенок в безэховых камерах СВЧ-диапазона, представляет интерес сравнить их характеристики поглощения с аналогичными характеристиками обычных структур с пирамидальными поглощающими элементами, расположенными в квадратной сетке на экране. Подобный элемент состоит из пьедестала квадратного поперечного сечения с длиной стороны квадрата d и высотой h_0 , а также пирамидальной частью высотой h_1 . Указанный параметр d равен периоду квадратной сетки, в которой расположены пирамидальные элементы. Типичные пропорции между указанными параметрами можно определить формулами $h_0 = 0.65d$ и $h_1 = 2.5d$. Будем считать, что диэлектрическая

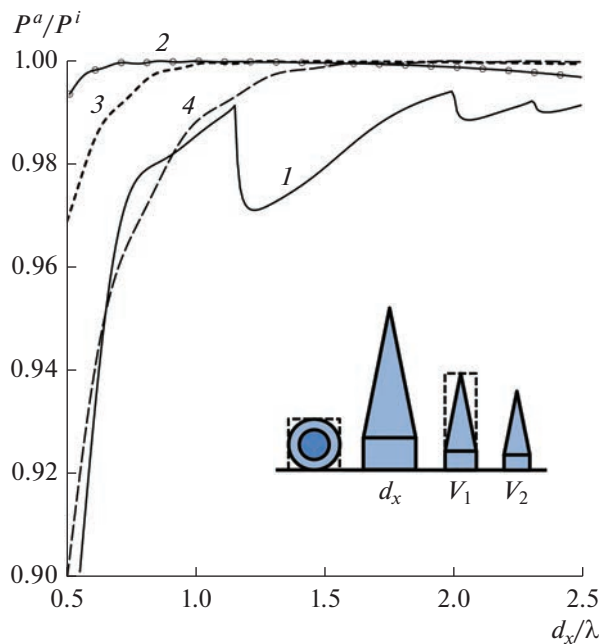


Рис. 7. Эффективность поглощения в зависимости от периода сетки при $\theta = 0^\circ$ для черных дыр в гексагональной сетке и пирамидальных поглотителей в квадратной сетке: 1 – черные дыры, 2 – пирамиды с тем же периодом d_x , 3 – пирамиды с тем же объемом ячейки V_1 , 4 – пирамиды того же объема V_2 , расположенные на экране.

проницаемость такого элемента равна $\varepsilon = 1.5 + 0.7i$ как [19].

Рассмотрим три подхода к сравнению характеристик поглощения. Первый соответствует одинаковым периодам сетки d_x , второй – одинаковым объемам V_1 , приходящимся на элемент структуры, и третий – одинаковым объемам самих элементам V_2 . На вставке рис. 7 приведены относительные размеры элементов, а также зависимости эффективности поглощения от периода d_x для случая нормального падения. Как видим, эффективность поглощения структуры с черными дырами оказывается несколько ниже эффективности структур с пирамидальными элементами. Но поскольку эффективность поглощения для черных дыр оказывается все-таки достаточно высокой (порядка 98%), а толщина поглощающего покрытия меньше, чем для пирамидальных элементов, что является преимуществом, то структуры с черными дырами представляются перспективными для дальнейшего исследования и усовершенствования. Последнее может быть проведено путем расположения черных дыр на сравнительно тонком поглощающем слое, который может быть как сплошным, так и с выемками, для помещения сферических элементов в них.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрена трехмерная векторная задача рассеяния плоских TE - и TM -волн на двумерно-периодической поглощающей структуре, образованной сферическими электромагнитными черными дырами, расположенными на полубесконечной диэлектрической подложке. Приведен алгоритм решения, основанный на гибридном проекционном методе, в котором учтена специфика сферических поглощающих элементов. Алгоритм обобщен на случай расположения черных дыр на идеально проводящем экране, а также включает вывод новых выражений для расчета мощности, поглощаемой черными дырами, что представляется важным как с точки зрения исследования эффективности поглощения, так и для проверки необходимого условия выполнения соотношения энергетического баланса.

Разработанные алгоритмы были реализованы в соответствующих программах в среде МАТЛАБ. Численные исследования, проведенные с использованием последних, показали, что наиболее высокая эффективность поглощения (порядка 98%) достигается в широком диапазоне значений периода структуры и в широком секторе углов падения в структурах с черными дырами, расположенными в гексагональной сетке на экране.

Сравнение характеристик исследованных структур с широко применяемыми поглощающими структурами с пирамидальными элементами показали, что эффективность структур со сферическими элементами, между которыми имеются неизбежные воздушные зазоры, оказывается ниже, чем у традиционных структур. Однако различие является несущественным, а толщина поглощающего слоя, содержащего сферические элементы, оказывается существенно меньше, чем в традиционных структурах, что является преимуществом применения сферических элементов и делает перспективными их дальнейшие исследования и усовершенствование поглощающих структур.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Narimanov E.E., Kildishev A.V. // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95. № 4. P. 041106.
2. Cheng Q., Cui T.J., Jiang W.X., Cai B.G. // New J. Phys. 2010. V. 12. № 6. P. 063006.
3. Kildishev A.V., Prokopenko L.J., Narimanov E.E. // Opt. Express. 2010. V. 18. P. 16646.
4. Lu W., Jin J.-F., Lin Z., Chen H. // J. Appl. Phys. 2010. V. 108. № 6. P. 064517.
5. Li S., Li L., Lin Z. et al. // Phys. Rev. B. 2010. V. 82. № 5. P. 054204.
6. Wang H.-W., Chen L.-W. // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. P. 103104.

7. *Чижевская Я.И., Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // Радиотехника. 2018. № 4. С. 23. (www.radiotec.ru).
8. *Chizhevskaya Ya.I., Skobelev S.P.* // Proc. 13th Europ. Conf. on Antennas and Propagation (EuCAP'2019), Krakow. 31 Mar.–5 Apr. N.Y.: IEEE, 2019. Article № 18775713.
9. *Чижевская Я.И., Скобелев С.П.* // Оптика и спектроскопия. 2019. Т. 127. № 6. С. 991.
10. *Maslovski S.I., Simovski C.R., Tretyakov S.A.* // New J. Phys. 2016. V. 18. № 1. P. 013034.
11. *Chizhevskaya Ya.I.* // Int. Conf. Engineering & Telecommunication (En&T), Dolgoprudny, Russia, 25–26 Nov. 2020. <https://doi.org/10.1109/EnT50437/2020.9431299>
12. *Чижевская Я.И., Скобелев С.П.* // Радиотехника. 2020. № 4. С. 40. [https://doi.org/10.18127/j00338486-202004\(7\)-05](https://doi.org/10.18127/j00338486-202004(7)-05)
13. *Chizhevskaya Ya.I., Smolnikova O.N., Skobelev S.P.* // Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW 2019), Divnomorskoye, Russia, 24–28 June 2019. P. 220.
14. *Chizhevskaya Ya.I., Skobelev S.P., Smolnikova O.N.* // Proc. 14th Europ. Conf. on Antennas and Propagation (EuCAP 2020), Copenhagen. 15–20 Mar. N.Y.: IEEE, 2020. P. 9135699. <https://doi.org/10.23919/EuCAP48036.2020.9135699>
15. *Чижевская Я.И., Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // ЖТФ. 2021. Т. 91. № 2. С. 326.
16. *Chizhevskaya Ya.I., Skobelev S.P.* // Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW), Divnomorskoye. 28 Jun.–2 Jul. 2021. N.Y.: IEEE, 2021. P. 51. <https://doi.org/10.1109/RSEMW52378.2021.9494093>
17. *Skobelev S.P., Smolnikova O.N.* // IEEE Trans. 2013. V. AP-61. № 10. P. 5078.
18. *Скобелев С.П.* Фазированные антенные решетки с секторными парциальными диаграммами направленности. М.: Физматлит, 2010.
19. *Скобелев С.П., Смольникова О.Н.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 10. С. 1066.